

Saara Jäntti

**MATEMAATTINEN MINÄKÄSITYS JA SEN MUUTOS 3. JA 4.
LUOKKALAISILLA**

ITÄ-SUOMEN YLIOPISTO

Filosofinen tiedekunta

Kasvatustieteiden ja psykologian osasto

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma

Kevät 2014

ITÄ-SUOMEN YLIOPISTO

Tiedekunta Filosofinen tiedekunta		Osasto Kasvatustieteiden ja psykologian osasto, Erityispedagogiikka	
Tekijät Jäntti, Saara Susanna			
Työn nimi MATEMAATTINEN MINÄKÄSITYS JA SEN MUUTOS 3. JA 4. LUOKKALAISILLA			
Pääaine Erityispedagogiikka	Työn laji Pro gradu -tutkielma Sivuainetutkielma Kandidaatin tutkielma Aineopintojen tutkielma	Päivämäärä 20.1.2014	Sivumäärä 55
Tiivistelmä			
<p>Tämä pro gradu -tutkielma on osa Itä-Suomen kehittämisverkosto ISKE:n tutkimushanketta. Tutkimuksessa tutkittiin kuinka sukupuoli, erityisopetus, matematiikan osaaminen ja tarkkaavaisuus ovat yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla ja sen muutokseen. Tutkimuksessa selvitettiin myös kuinka matemaattinen minäkäsitys vaihtelee sukupuolen, erityisopetuksen saannin, matematiikan osaamisen ja tarkkaavaisuuden perusteella jaettujen ryhmien välillä. Tutkimuksen teoreettinen tausta koostui matemaattisen minäkäsityksen, matematiikan taitojen kehittymisen ja tarkkaavaisuuden ympärille.</p> <p>Tutkimuksen aineisto kerättiin ISKE-hankkeeseen osallistuneiden peruskoulujen oppilailta ($N_{3ik}=407$; $N_{4ik}=251$), heidän vanhemmiltaan ja opettajilta. Oppilaiden matemaattinen minäkäsitys kerättiin oppilailta itseltään SDQ-I-minäkäsitysmittarilla 3. ja 4. luokalla. Tieto oppilaiden tarkkaavaisuudesta kerättiin heidän vanhemmiltaan SDQ-mittarilla. Tarkkaavaisuuden yhteyttä matemaattiseen minäkäsitykseen tarkasteltiin niin, että oppilaat, joilla on tarkkaavaisuuspulma, ja tarkkaavaisuuspulman riskiryhmän oppilaat luokiteltiin koko aineistosta 90 % ja 80 % katkaisurajojen mukaan. Oppilaiden opettajat arvioivat oppilaiden matematiikan osaamista numeroarvosanoin. Tieto siitä saako oppilas erityisopetusta, saatiin myös heidän opettajiltaan.</p> <p>Tyttöjen matemaattinen minäkäsitys oli poikien matemaattista minäkäsitystä alhaisempi, kuten myös erityisopetusta saavien matemaattinen minäkäsitys oli yleisopetuksen oppilaiden minäkäsitystä alhaisempi. Tarkkaavaisuuden perusteella jaetuista ryhmistä tarkkaavaisuuspulman riskiryhmän oppilaiden matemaattinen minäkäsitys oli kaikista alhaisin. Kaikista heikoimmat matemaattiset minäkäsitykset olivat tarkkaavaisuuden riskiryhmän oppilailla ja matematiikan osaamiseltaan heikoilla oppilailla.</p> <p>Sukupuoli, erityisopetus, tarkkaavaisuus ja matematiikan osaaminen olivat tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. luokalla. Kaikki muut muuttujat paitsi sukupuoli olivat edelleen tilastollisesti merkitseviä selittäjiä 4. luokalla. Matematiikan osaaminen selitti kaikista muuttujista eniten matemaattista minäkäsitystä.</p> <p>Matemaattinen minäkäsitys laski tilastollisesti merkitsevästi koko aineistossa 3. luokalta 4. luokalle siirryttäessä. Minäkäsityksen lasku oli tilastollisesti merkitsevää tytöillä, yleisopetuksen oppilailla, erityisopetuksen oppilailla, oppilailla, joilla ei ole tarkkaavaisuuden pulmaa ja 8:n ja 9:n taitoryhmään sijoituvilla oppilailla. Matematiikan osaaminen, tarkkaavaisuus ja erityisopetus selittävät matemaattisen minäkäsityksen muutosta.</p>			
Avainsanat matemaattinen minäkäsitys, matematiikan osaaminen, tarkkaavaisuus			

UNIVERSITY OF EASTERN FINLAND

Faculty Philosophical Faculty		School School of Educational Sciences and Psychology, Special Education		
Author Jäntti, Saara Susanna				
Title MATHEMATICAL SELF-CONCEPT AND ITS CHANGE ON 3 RD AND 4 TH GRADE STUDENTS				
Main subject Special education	Level		Date	Number of pages
	Master thesis	<input checked="" type="checkbox"/>	20.1.2014	55
	Minor subject thesis	<input type="checkbox"/>		
	Bachelor thesis	<input type="checkbox"/>		
	Intermediate level thesis	<input type="checkbox"/>		
Abstract				
<p>This master thesis is part of the Eastern Finland ISKE-Network research project. The purpose of the study was to examine how gender, special education, mathematical skills, and attention deficit are connected to the self-concept of third and fourth grade students. Also the change of mathematical self-concept was examined. In the study the differences in mathematical self-concept between groups divided by gender, special education, level of mathematical skills and attention deficiency were examined. The theoretical background of the study was based on mathematical self-concept, the development of mathematical skills and attention deficiency.</p> <p>The data was gathered from pupils (N_{3rd}=407; N_{4th}=251), their parents, and teachers of primary schools which participated in the ISKE-Network research project. Pupils' mathematical self-concept was assessed using the SDG-I-questionnaire during 3rd and 4th grades. The parents of the pupils evaluated the pupils' possible attention deficiency by completing the Strengths and Difficulties Questionnaire (SDQ). Attention deficiency pupils and the risk group of attention deficit pupils were classified respectively by 90 % and 80 % cut-off limits from the whole data. The teachers graded pupils' mathematical skills by school grades (4–10). Information on pupils' special education status was received from the teachers.</p> <p>Girls' mathematical self-concept was weaker than the boys'. Pupils receiving regular education had stronger mathematical self-concept in comparison to those receiving special education. Of the pupils grouped according to attention deficiency, those in the attention deficiency risk group had the poorest mathematical self-concept. Pupils who were in the attention deficiency risk or lowest mathematical skills group had the lowest mathematical self-concept of the entire study.</p> <p>Gender, special education, attention deficiency and mathematical skills were connected to mathematical self-concept of 3rd grade pupils. At 4th grade, mathematical self-concept ceased to be connected with gender. Mathematical skills of the pupils explained the variations in mathematical self-concept the most.</p> <p>Pupils' mathematical self-concept declined in the whole data. The same phenomenon was also found among girls, pupils in regular education, pupils who receive special education, pupils who don't have attention deficiency and pupils in mathematical skill groups 8 and 9. Mathematical skills, special education and attention deficiency explained the change in mathematical self-concept.</p>				
Keywords mathematical self-concept, mathematical skills, attention deficiency				

SISÄLLYS

TIIVISTELMÄ

ABSTRACT

1 JOHDANTO

1

2 MINÄKÄSITYS

3

2.1 Marshin ja Shavelsonin minäkäsitysmalli

4

2.2 Matemaattinen minäkäsitys

5

2.3 Matematiikan taitojen ja minäkäsityksen yhteys

8

3 MATEMATIIKAN TAIDOT

11

3.1 Matematiikan taitojen kehittymisen periaatteet

12

3.2 Matematiikan taitojen kehittyminen

13

3.3 Vaikeudet matematiikan oppimisessa

16

4 TARKKA-AVAISUUS

19

4.1 Tarkkaavaisuus ja ADHD

19

4.2 Tarkkaavaisuuden pulmat ja akateeminen suoriutuminen

21

4.3 ADHD ja matematiikka

22

4.4 ADHD ja minäkäsitys

24

5 TUTKIMUSKYSYMYKSET

26

6 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

27

6.1 Tutkimusjoukko

27

6.2 Tutkimuksen mittarit

28

6.3 Aineiston analyysi

30

6.4 Tutkimuksen luotettavuus

33

7 TULOKSET

36

7.1 Minäkäsitys 3. ja 4. luokalla

36

7.2 Sukupuolen, matematiikan osaamisen, erityisopetuksen ja tarkkaavaisuuden yhteydet matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla

38

7.3 Matemaattisen minäkäsityksen muutos

40

8 TULOSTEN YHTEENVETO

43

8.1 Minäkäsitys 3. ja 4. luokalla

43

8.2 Sukupuolen, matematiikan osaamisen, erityisopetuksen ja tarkkaavaisuuden yhteydet matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla

44

8.3 Matemaattisen minäkäsityksen muutos

45

9 POHDINTA

47

9.1 Jatkotutkimusaiheita

54

LÄHTEET

56

1 JOHDANTO

Matematiikka ja matemaattiset ilmiöt ovat osa meidän arkipäiväistä elämäämme, vaikka matematiikan käyttö ei aina olekaan ilmeistä. Usein jo aamusta tarvitsemme matematiikan taitoja lämpömittarin tulkintaan, puuron ohjeenmukaiseen keittämiseen sekä bussilippua varten tarvittavan rahan laskemiseen. Jokaisella meistä on jonkinlainen kuva matematiikasta ja omasta suhteesta matematiikkaan. Matematiikkakuvaan vaikuttavat matematiikkakokemukset, tieto, käsitykset, uskomukset, asenteet ja tunteet (Huhtala & Laine 2004, 321). Vaikka matematiikka on joka puolellamme ja matematiikan osaamisen tärkeys on selkeä, on monella etenkin koulumatematiikkaa kohtaan paljon kielteisiä kokemuksia; jopa pelkoa.

Tutkimukseni aihe ei voisi olla ajankohtaisempi, sillä suomalaisten matematiikan osaaminen on ollut esillä koko yhteiskunnan tasolla käytävissä keskusteluissa suuresti. Matematiikan osaaminen nähdään yhteiskunnassamme tärkeänä taitona. Tätä todistaa PISA12-tutkimuksen tulosten suuri julkisuus ja niiden aiheuttama pohdinta suomalaisesta koulujärjestelmästä. PISA12-tutkimuksen tuloksista selviää, että suomalaisten nuorten matematiikan taidot ovat heikentyneet. Se näkyy sijoittumisen heikkenemisenä kansainvälisessä arvioinnissa sekä taitotason laskuna verrattaessa vuoden 2003 tuloksiin. Matematiikkaa heikosti osaavien nuorten osuus on noussut, mutta se on edelleen selvästi OECD-maiden keskitasoa pienempi. Matematiikkaa erinomaisesti osaavien osuuden lasku on ollut suuri. Heidän osuutensa on saavuttanut OECD-maiden keskitason. (Kupari ym. 2013, 19, 28–29.)

Matematiikan osaamisen lasku on herättänyt huolen matematiikan tilasta Suomessa. Kun käsitellään matematiikan osaamista, matemaattista minäkäsitystä ei voida unohtaa. Matemaattinen minäkäsitys ja matematiikan osaaminen ovat vastavuoroisessa suhteessa, jossa matemaattinen minäkäsitys vaikuttaa matematiikan taitojen omaksumiseen ja matematiikan osaaminen on merkittävä tekijä matemaattisen minäkäsityksen rakentumisessa (Chen, Yeh, Hwang & Lin 2013; . Möller, Retelsdorf, Köller & Marsh 2011; Linnanmäki 2004). Matemaattinen minäkäsitys rakentuu monimutkaisten prosessien kautta, johon monet muutkin tekijät kuin matematiikan osaaminen ovat yhteydessä (Skaalvik & Skaalvik 2002).

Tutkimuksessani tarkastelen, kuinka matematiikan osaamisen lisäksi myös erityisopetus, sukupuoli ja tarkkaavaisuus ovat yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen. Useissa aikaisemmissa tutkimuksissa on havaittu, että tyttöjen matemaattinen minäkäsitys on poikia alhaisempi (esim. Muzzatti & Agnoli 2007; Pajaresin & Millerin 1994). Useissa tutkimuksissa on havaittu, että oppilailla, joilla on oppimisvaikeuksia, on myös heikompi matemaattinen minäkäsitys (Zelege 2004). Tarkkaavaisuuden vaikutusta matemaattiseen minäkäsitykseen on tutkittu vähän. Tarkkaavaisuus rakentuu useasta pienemmästä osasta ja näin myös tarkkaavaisuuden pulmat voivat olla hyvin moninaisia (Mirsky, Pascualvaca, Duncan & French 1999). Tarkkaavaisuuspulmien yleistymisen koulumaailmassa on nostanut esille tarpeen tarkkaavaisuuden monipuolisesta tutkimisesta.

Tässä tutkimuksessa tarkastelun kohteena on oppilaiden matemaattinen minäkäsitys peruskoulun kolmannella ja neljännellä luokalla. Tutkimuksessa selvitetään kuinka tutkimuksen muut muuttujat vaikuttavat matemaattiseen minäkäsitykseen ja sen muutokseen. Matemaattista minäkäsitystä ja sen muutosta tutkitaan niin koko aineistossa kuin erilaisten ryhmien osalta (esim. tytöt ja pojat). Tutkimuksessa selvitetään myös kuinka matematiikan osaaminen, tarkkaavaisuus, erityisopetus ja sukupuoli ovat yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen. Tutkimuksen teoreettisessa viitekehysessä tarkastellaan matemaattista minäkäsitystä moniulotteisen minäkäsitysmallin osana, matematiikan taitojen rakentumista, tarkkaavaisuutta sekä näiden kolmen yhteyksiä.

2 MINÄKÄSITYS

Minäkäsityksestä käytetään kansainvälisessä tutkimuksessa useita eri termejä. Termien minäkäsitys (self-concept), minäkuva (self-image), itsetunto (self-esteem, self-worth), itsearviointi (self-evaluation), omakuva (self-perception) jne. välinen sekaannus ja epäselvyys merkityksistä voi olla hyvin hämmentävää. Tämän takia artikkeleissa ja tutkimuksissa tulee aina täsmentää käytetyt käsitteet. (Harter 1999, 3.) Tutkimuksessani käytän minäkäsitystä kuvaamaan henkilöiden käsitystä itsestään kokonaisuutena tai yksittäisistä osa-alueista.

Minäkäsityksen rakentumisesta on olemassa monenlaisia malleja ja teorioita. Zeleke (2004, 146) jakaa mallit yksiulotteisiin ja moniulotteisiin. Yksiulotteisissa malleissa (esim. Coopersmith 1967, Piers & Harris 1969; Rosenberg 1979) minäkäsitys nähdään yhtenä kokonaisuutena, jossa yksilöllä on yksi kokonaisvaltainen käsitys hyvinvoinnistaan. Moniulotteisissa malleissa minäkäsitys rakentuu pienemmistä osista. Tällöin minäkäsitys voidaan jakaa esimerkiksi sosiaaliseen, akateemiseen ja fyysiseen osaan. Harterin (2012, 1–2) mukaan 80-luvulta lähtien huomattiin, että lasten minäkäsitys on monimutkaisempi rakennelma kuin mitä yksiulotteinen malli antaa ymmärtää. Minäkäsitys nähdään yhä edelleen valtaosassa tutkimuksia moniulotteisena.

Minäkäsitys vaikuttaa yksilön elämäntilanteeseen merkittävästi. Marsh ym. (2012, 123) toteavat artikkelissaan, että pitkäaikaiset koulutukselliset tavoitteet ovat voimakkaammassa yhteydessä minäkäsitykseen kuin positiivisiin affekteihin (mielenkiinto ja nauttiminen) ja arvostukseen. Minäkäsityksen kautta voidaan ennustaa pitkäaikaisia koulutuksellisia tavoitteita varmemmin kuin suoriutumista mittaamalla. Minäkäsitys ei kuitenkaan vaikuta

päätökseen opiskelujen jatkamisesta vahvimmin, vaan merkittävimpänä tekijänä tuolloin ovat positiiviset affektit.

2.1 Marshin ja Shavelsonin minäkäsitysmalli

Shavelson, Hubner ja Stanton (1976, 411–415) määrittelevät minäkäsityksen ihmisen näkemyksiksi minuudesta. Minäkäsitys rakentuu oman ympäristön tulkinnasta ja siellä koetuista kokemuksista. Minäkäsityksen rakentumiseen vaikuttavat erityisesti merkityksellisten ihmisten arviointi sekä oman käyttäytymisen määrittelemine. Heidän luomassaan minäkäsitysmallissa minäkäsitys määritetään seitsemän ominaisuuden kautta. Malli on järjestäytynyt kategorioihin. Ihmiset sijoittavat itsestään saaman informaation kategorioihin sekä suhteuttavat kategorioita toisiinsa. Minäkäsitys on moniulotteinen. Minäkäsitysmalli rakentuu hierarkkisesti alkaen käsityksistä omasta käyttäytymisestä päätyen minuuden osa-alueiden (esim. matemaattinen, kielellinen) kautta päätelmiin minuudesta yleisesti. Yleinen minäkäsitys on vakaa. Laskeuduttaessa hierarkiassa alemmas muuttuu minäkäsitys tilannekohtaisemmaksi ja epävakammaksi. Minäkäsitys muuttuu moniulotteisemmaksi yksilöiden siirtyessä lapsuudesta aikuisuuteen. Yksilö kuvailee (olen surullinen) ja arvioi (olen hyvä matematiikassa) itseään minäkäsitystä rakentaessa. Minäkäsitys voidaan erottaa muista rakennelmista kuten akateemisesta suoriutumuksesta.

Shavelsonin ym. (1976, 411–415) mallissa yleinen minäkäsitys on jaettu akateemiseen ja ei-akateemiseen minäkäsitykseen. Ei-akateemiseen minäkäsitykseen kuuluvat sosiaalinen (suhteet vertaisten, merkityksellisten ihmisten kanssa), emotionaalinen (tunnetilat) ja fyysinen (fyysinen kyvykkyys ja ulkonäkö) minäkäsitys. Akateeminen minäkäsitys rakentuu oppiainekohtaisten (äidinkieli, historia, matematiikka ja luonnontieteet) minäkäsitysten kautta.

Shavelsonin ja Boluksen (1982, 15) tutkimuksessa heräsi ensimmäinen epäily Shavelsonin ym. (1976) minäkäsitysmallin akateemisen osan hierarkian puutteellisuudesta. Marsh ja Shavelson (1985, 112–115, 120) jatkoivat alun perin Shavelsonin ym. (1976) minäkäsitysmallin tarkentamista ja saivat selville, että minäkäsityksen rakenne on alkuperäistä mallia monimutkaisempi. Merkittävin muutos oli akateemisen minäkäsityksen jakaminen matemaattiseen ja kielelliseen akateemiseen minäkäsitykseen. Matemaattinen ja

kielellinen minäkäsitys eivät ole tarpeeksi vahvassa yhteydessä toisiinsa, jotta ne voitaisiin yhdistää yleiseksi akateemiseksi minäkäsitykseksi.

Marsh (1990b, 632–633) tarkensi myöhemmin, että matemaattinen akateeminen minäkäsitys koostuu matematiikan ja luonnontieteiden oppiaineiden minäkäsityksestä. Kielellinen akateeminen minäkäsitys rakentuu äidinkielen ja vieraiden kielten minäkäsityksistä. Molempiin akateemisiin minäkäsityksiin ovat yhteydessä biologian, taloustieteiden, maantiedon, historian ja yleinen kouluminäkäsitys. Akateeminen minäkäsitys siis koostuu monista sisällöltään eroavista minäkäsityksistä (Marsh 1992, 41).

2.2 Matemaattinen minäkäsitys

PISA12 tulosten mukaan suomalaisten nuorten matemaattinen minäkäsitys on noussut hieman vuoden 2003 tasosta. Tällä hetkellä matemaattinen minäkäsitys on hieman korkeampi kuin OECD-maiden keskiarvo. (Kupari ym. 2013, 61.) Tikkanen (2008, 223–226) on tutkinut yhden neljännen luokan oppilaiden matemaattisia minäkäsityksiä. Oppilaiden matemaattinen minäkäsitys oli kielteinen, neutraali, varauksellisen myönteinen tai myönteinen. Luokan matemaattinen minäkäsitys painottui myönteisen ja varauksellisen myönteiseen. Ainoastaan neljällä tytöllä oli kielteinen tai neutraali matemaattinen minäkäsitys. Italialaisessa tutkimuksessa tyttöjen ja poikien välillä ei ollut eroa matemaattisessa minäkäsityksessä ennen kuin oppilaat olivat neljännellä luokalla. Poikien matemaattinen minäkäsitys nousi tyttöjen minäkäsitystä korkeammaksi. Kuitenkin molempien sukupuolien matemaattinen minäkäsitys laski lasten vanhetessa. (Muzzatti & Agnoli 2007, 750.) Pajaresin ja Millerin (1994, 199–201) tutkimuksessa pojilla oli korkeampi matemaattinen minäkäsitys, mutta se selittyi tyttöjen ja poikien välisissä eroissa matematiikka pystyvyydessä.

Marsh ja Shavelson (1985, 114–115, 117; Marsh, Byrne & Shavelson 1988, 373–374; Skaalvik & Skaalvik 2002, 239–241) muodostivat tarkemman kuvan akateemisesta minäkäsityksestä ja sen eri osa-alueiden kautta rakentumisesta. Minäkäsityksen osa-alueet rakentuvat sisäisen ja ulkoisen vertailun kautta. Sisäisessä vertailussa yksilö arvottaa oman matemaattisen osaamisensa muihin taitoihinsa nähden. Matematiikka voi olla yksilölle vahvuus tai heikkous. Ulkoisessa mallissa yksilö vertaa taitojaan ympäristöstä saatavaan

informaatioon. Oppilaat saavat informaatiota sisäiseen ja ulkoiseen vertailuun oman suorituksen seuraamisesta, opettajan kommenteista ja arvioinnista, vertaisten kommentoinnista ja suorituksista sekä saamistaan arvosanoista (Skaalvik & Skaalvik 2002, 240).

Niin kuin kaikki minäkäsityksen osa-alueet, rakentuu myös matemaattinen minäkäsitys sisäisen ja ulkoisen vertailun kautta (esim. Möller ym. 2011, 1331–1335; Parker, Marsh, Lüdtke & Trautwein 2013, 84–85). Möller, Pohlmann, Köller ja Marsh (2009, 1157) toteavat meta-analysissään sisäisen ja ulkoisen vertailun mallin selittävän minäkäsitystä minäkäsityksen osa-alueesta, minäkäsitysmittarista, ikäryhmästä, sukupuolesta ja valtiosta riippumatta. Matemaattinen ja kielellinen suoriutuminen ovat voimakkaassa positiivisessa yhteydessä toisiinsa toisinkuin kielellinen suoriutuminen ja matemaattinen minäkäsitys sekä matematiikassa suoriutuminen ja kielellinen minäkäsitys. Matematiikan arvosanalla on suurempi yhteys matemaattiseen minäkäsitykseen kuin objektiivisilla testeillä, sillä arvosanat antavat oppilaille suurempaa palautetta.

Guay, Marsh ja Boivin (2003, 133) löysivät muutoksen lasten (2.-4. luokkalaisten) vanhetessa heidän akateemisessa minäkäsityksessään. Mitä vanhemmaksi lapset kasvoivat, sitä vakiintuneempi heidän akateeminen minäkäsityksensä oli, ja sitä vahvemmin akateeminen minäkäsitys ja akateemiset taidot olivat yhteydessä toisiinsa. Myös kansallisissa tutkimuksissa matematiikan minäkäsitys ja matematiikan saavutukset ovat sitä vahvemmassa yhteydessä mitä vanhempia oppilaat ovat; eli minäkäsityksen muotoutuminen muuttuu realistisempaan suuntaan oppilaiden vanhetessa (Linnanmäki 2004, 250). Guay ym. (2003, 126, 133) uskovat tämän johtuvan vanhempien oppilaiden korkeammista kognitiivisista kyvyistä verrattuna nuorempiin. Korkeammat kognitiiviset kyvyt antavat mahdollisuuden tarkempaan omien ominaisuuksien ja taitojen sisäiseen ja sosiaaliseen vertailuun.

Kotimaisessa tutkimuksessa 3.-6. luokkalaisten asenteista matematiikkaa kohtaan havaittiin, että asenteet muuttuivat negatiivisemmiksi oppilaiden vanhetessa. Oppilaiden kokemus itsestään hyvänä matematiikan osaajana heikkeni kolmannelta luokalta siirryttäessä kuudennelle luokalle 5 prosenttia. Tyttöjen näkemys itsestään matematiikan osaajana (-8 %) heikkeni enemmän kuin pojilla (-2 %). (Metsämuuronen 2010, 99, 120.) Myös Muzzattin ja Agnolin (2007, 753) italialaisessa aineistossa oppilaiden matemaattinen minäkäsitys laski

toiselta luokalta viidennelle luokalle siirryttäessä. Zeleken (2004, 158; ks. Bear ym 2002, 413) meta-analyysi ei tue väittämää oppilaiden akateemisen minäkuvan laskemisesta iän myötä.

Useissa tutkimuksissa on todettu, että yksilön akateemisilla taidoilla on positiivinen vaikutus akateemiseen minäkäsitykseen (esim. Valentine, DuBois & Cooper 2004; Guay ym. 2003; Marsh 1992). Nagengasten ja Marshin (2012, 1039–1040) sekä Marshin ja Haun (2003, 372–373) monikulttuuriset tutkimukset PISA-aineistolla (Program for International Student Assessment) vahvistavat Marshin ym. (2008) puolustamaa Big Fish Little Pond -efektiä (BFLPE), joka tuo uuden näkökulman akateemisten taitojen ja akateemisen minäkäsityksen yhteyden tarkasteluun. Efekti ennustaa, että akateemisilta taidoilta saman tasoisosilla oppilailla on alhaisempi akateeminen minäkäsitys luokissa, joissa luokan akateemiset taidot keskimäärin ovat korkeat, sekä korkeampi luokissa, joissa akateemiset taidot ovat keskimäärin alhaiset. BFLPE saa tukea monikulttuurisesta aineistosta eli efekti ei rajoitu vain yksittäisiin valtioihin tai kansallisuuksiin.

Myös Skaalvik ja Skaalvik (2002, 236, 240) pohtivat minäkäsityksen muotoutumisen monimutkaisuutta. Ihmiset saavat minäkäsityksiensä muodostamiseen informaatiota monelta taholta ja minäkäsitykseen vaikuttavat mallit sekoittuvat toisiinsa. He pohtivat kuinka oppilas rakentaa matemaattista minäkäsitystä sosiaalisen vertailun kautta tilanteessa, jolloin hänet on sijoitettu matematiikan tasolta heikompien ryhmään, mutta suoriutuu kyseisessä parhaiten matematiikasta. Oppilaan sosiaalisen vertailun ei tarvitse aina tarkoittaa vertailua laajassa mittakaavassa (esim. koko koulu tai luokka). Nagengasten ja Marshin (2012, 1039–1040) sekä Marshin ja Haun (2003, 372–373) tutkimukset osoittavat, että matemaattisen suoriutumisen positiivinen vaikutus on kuitenkin voimakkaampi matemaattiseen minäkäsitykseen kuin BFLPE:n negatiivinen vaikutus.

Sisäisen ja ulkoisen vertailun mallin ja Big Fish Little Pond -efektin paikkansa pitävyys on todistettu myös lukiolaisilla Saksassa. Tutkijat halusivat yhdistää oppiainekekskeen, mutta taustan huomioimattoman sisäisen ja ulkoisen vertailun mallin sekä minäkäsityksen moniulotteisen luonteen unohtaneen Big Fish Little Pond -efektin. Koko koulun korkea taitotaso matematiikassa vaikutti negatiivisesti opiskelijoiden matemaattiseen minäkäsitykseen, mutta positiivisesti kielelliseen minäkäsitykseen. Samoin korkea taitotaso kielissä vaikutti negatiivisesti opiskelijoiden kielelliseen minäkäsitykseen ja positiivisesti

matemaattiseen minäkäsitykseen. Ilmiö esiintyi voimakkaimmin teemallisissa lukioissa. (Parker ym. 2013, 80–81, 84–86.)

Tikkanen (2008, 125–128, 237, 279–282) tutki väitöskirjassaan mm. suomalaisten ja unkarilaisten neljäsluokkalaisten kokemuksia itsestään matematiikan oppijana ja näiden kokemusten taustalla vaikuttavia asioita. Tikkanen käytti tutkimuksen aineistona oppilaiden kirjoitelmia ja piirustuksia. Näiden perusteella matemaattiseen minäkäsitykseen vaikuttaviksi asioiksi nousivat matematiikan ymmärtäminen, matematiikan kokeissa ja kilpailuissa menestyminen, matematiikan todistusarvosana, oman suoriutumisen vertaamien luokkatovereiden suoriutumiseen ja opettajan antama palaute. Korpinen (1988, 98–101) listaa artikkelissaan opettajan vaikuttavan oppilaiden minäkäsitykseen palautteen antamisen lisäksi kohdistamalla oppilaisiin odotuksia ja vaikuttamalla luokan ilmapiiriin. Lisäksi opettajan omalla minäkäsityksellä on vaikutusta opettajan valitsemiin opetusmetodeihin ja niiden kautta oppilaiden minäkäsitykseen.

Oppilaiden matemaattisen minäkäsityksen taustalla vaikuttaa erityisesti se kuinka nopeasti oppilas suorittaa matematiikan tehtäviä luokkatovereihinsa verrattuna. Lisäksi minäkäsitykseen vaikuttavat omien matemaattisten taitojen muunlainen vertailu omiin luokkalaisiin verrattuna. Vertailun mahdollistavat kokeet ja arvosanat, jotka vaikuttivat myös itsessään oppilaiden matemaattiseen minäkäsitykseen. Oppilas, jolla on hyvä matemaattinen minäkäsitys, on saanut matematiikasta ymmärtämisen oppimiskokemuksia, hyviä tuloksia matematiikan kokeista, positiivista palautetta opettajalta ja pärjännyt matemaattisten taitojen monipuolisessa vertailussa luokkatovereihinsa nähden. (Tikkanen 2008, 169–172, 199–202, 223–226, 237, 279–282.)

2.3 Matematiikan taitojen ja minäkäsityksen yhteys

Åbo Akademin (Linnanmäki 2004, 245, 249–252) minäkäsityksen ja matematiikan saavutusten yhteyttä toisella, viidennellä ja kahdeksannelle luokalla tutkiva tutkimus tukee jo aiemmin havaittua matematiikan suoritusten ja minäkäsityksen välistä voimakasta yhteyttä erityisesti ylemmillä luokilla (esim. Valentine ym. 2004; Guay ym. 2003). Åbo Akademin tutkimuksessa MAKEKO-kokeen tulosten ja oppilaiden minäkäsityksen välillä ei ollut havaittavissa yhteyttä vielä toisella luokalla, mutta yhteys oli kohtuullinen

viidennellä ja vahva kahdeksannella luokalla. Vaikka matematiikan saavutusten ja minäkäsityksen välinen yhteys oli merkityksetön toisella luokalla, olivat matematiikan saavutukset toisella luokalla yhteydessä minäkäsitykseen viidennellä luokalla (ks. myös Chen, Yeh ym. 2013; Möller ym. 2011). Toisella luokalla heikosti suoriutuvien minäkäsitys kehittyi kielteiseen suuntaan suhteessa muihin oppilaisiin. Matemaattisen suoriutumisen mukaan jaettujen ryhmien erot minäkäsityksessä suurenevät ylemmille luokille siirtyessä. Vielä toisella luokalla oppilaiden minäkäsitys oli suhteellisen myönteinen taitotasosta riippumatta. Minäkäsitys siis muuttuu realistisemmaksi iän myötä.

Myös PISA12-tulokset vahvistavat näkemystä matematiikan osaamisen ja matemaattisen minäkäsityksen vahvasta yhteydestä. Kupari ym. (2013, 61) raportoivat, että niillä oppilailla, joilla on vahva matemaattinen minäkäsitys, on selvästi parempi matematiikan osaaminen kuin niillä, joilla matemaattinen minäkäsitys on heikko. Suomalaisilla nuorilla matemaattisen minäkäsityksen ääri neljänneksiin (hyvin heikko vs. hyvin vahva minäkäsitys) sijoittuvien oppilaiden erot matematiikan osaamisessa vastaavat jopa kolmen kouluvuoden edistystä. Myös PISA12-tulokset vahvistavat näkemystä matematiikan osaamisen ja matemaattisen minäkäsityksen vahvasta yhteydestä.

Taiwanilaisilla lukiolaisilla on vahva positiivisen vastavuoroinen yhteys matematiikan osaamisen ja matemaattisen minäkäsityksen välillä. Aikaisempi vahva matemaattinen minäkäsitys vaikutti voimakkaammin myöhäisempään matemaattiseen osaamiseen kuin aikaisempi matematiikan osaaminen myöhäisempään matemaattiseen minäkäsitykseen. Akateeminen suoriutuminen vaikutti voimakkaammin akateemiseen minäkäsitykseen peruskoululaisilla. (Chen ym. 2013, 175–176.) Möllerin ym. (2011, 1330–1337) tutkimus 5.-8. luokkalaisille saksalaisille on varsin samassa linjassa Chenin ym. (2013) ja Åbo Akademin (Linnanmäki 2004) tutkimuksen tulosten kanssa. Möller ym. (2011, 1330–1337) havaitsivat, että matematiikan aikaisemmalla arvosanalla on voimakas positiivinen yhteys myöhempään matemaattiseen minäkäsitykseen, kuten myös aikaisemmalla matemaattisella minäkäsityksellä on matematiikan myöhempään arvosanaan. Matemaattinen minäkäsitys selittää arvosanaa vahvasti pitkänkin ajan jälkeen (18kk), vaikka aiemmat arvosanat ovat kontrolloitu. Tutkimuksessa havaittiin, että aikaisemmalla äidinkielen minäkäsityksellä olevan pieni ja negatiivinen vaikutus myöhäisempään matematiikan arvosanaan.

Oppilaiden, joilla on oppimisvaikeuksia ja oppilaiden, joilla ei ole, välillä on merkittävä ero akateemisessa minäkäsityksessä. Niin akateeminen kuin matemaattinen minäkäsitys olivat korkeampi oppilailla, joilla ei ollut oppimisvaikeuksia. (Nunez ym. 2005, 91–93.) Oppilaiden, joilla on oppimisvaikeus tai päällekkäisiä oppimisvaikeuksia, akateeminen minäkäsitys on suurimmassa osassa (meta-analyysissä 89 %) tutkimuksia alhaisempi kuin oppilailla, joilla ei ole oppimisvaikeuksia (Zelege 2004, 148–149; ks. Bear, Minke & Manning 2002).

Räsänen, Närhen ja Aunio (2010, 194–195) tutkimuksessa oppilaiden, jotka suoriutuivat matematiikassa heikosti, asenteet matematiikkaa kohtaan muuttuivat muita oppilaita huomattavasti negatiivisemmiksi. Suurin ero muutoksissa näiden kahden ryhmän välillä oli juuri käsityksessä itsestään matematiikan osajana. Tutkimuksessa heikosti suoriutuneiden ja erittäin paljon tai paljon tukea saaneiden sekä heikosti suoriutuneiden ja vähän tai ei lainkaan tukea saaneiden oppilaiden asenteiden muutoksessa ei ollut eroa. Huomioitavaa näiden ryhmien välisissä eroissa on, että enemmän tukea saaneiden ryhmän asenteet matematiikkaa kohtaan olivat jo 3.luokalla toista ryhmää negatiivisemmat.

TIMMS 1999 ja PISA 2003 -tuloksia tarkastelemalla selviää, että kaikkein voimakkain seitsemäsluokkalaisten matematiikan tulosten selittäjä on matemaattinen minäkäsitys. Minäkäsitykseltään vahvat ja heikot oppilaat erosivat toisistaan reilusti yli yhden keskihajonnan. (Kupari & Törnroos 2004, 160–161.) Tämän ja muiden tutkimusten tulosten perusteella Kupari ja Törnroos (2004, 163) korostavatkin opetuksen merkitystä matemaattisen minäkäsityksen vahvistajana. Runsaasti tarjotut onnistumisen kokemukset ja opiskelun muovaaminen oppilaille mielekkääksi sekä merkitykselliseksi takaavat oppilaiden sitoutumisen opiskeluun ja parempien tulosten saavuttamisen. Tämä asettaa opettajankoulutuksen ja kentällä toimivien opettajien täydennyskoulutuksen avainasemaan oppilaiden matemaattisen minäkäsityksen vahvistamisessa.

3 MATEMATIIKAN TAIDOT

Matematiikan taidot ovat meille luku- ja kirjoitustaidon rinnalla yksi merkittävimmistä arkielämässä tarvittavista taidoista. Tarvitsemme lukuja ja numeroita asioiden ja ilmiöiden laskemiseen, säännönmukaisuuksien havaitsemiseen, ajan mittaamiseen, hintojen määrittämiseen ja ruokareseptien seuraamiseen. Matematiikan osaamisella on vaikutusta myös tulevaan työllisyyteen, tulotasoon ja tuottavuuteen. Matematiikan sisällöt kulkevat jo pienillä lapsilla mukana leikeissä. (Hannula & Lepola 2006, 129.) Hannulan ja Lehtisen (2005, 253–254) mukaan matemaattista ajattelua voidaan kehittää jo varhaislapsuudessa.

Jo näiden varhaisten matematiikkakokemusten aikana meille alkaa kehittymään matematiikkakuva. Matematiikkakuva voidaan jakaa kognitiiviseen (objektiivinen ja subjektiivinen tieto), affektiiviseen (uskomukset, asenteet ja tunteet) ja konatiiviseen (motivaatio) alueeseen. Matematiikkakuva, matematiikan ymmärtäminen ja oppimiskokemukset ovat kaikkia vuorovaikutuksessa toisiinsa. (Huhtala & Laine 2004, 321, 326.) Esimerkiksi uskomukset omista kyvyistä vaikuttavat suuresti matematiikan oppimiseen (Valentine ym. 2004, 120).

3.1 Matematiikan taitojen kehittymisen periaatteet

Jokaisella on matematiikasta omanlaisensa käsitys. Monilla se on traditionaalinen käsitys, jossa matematiikkaa pidetään vain taitona laskea ja osata käyttää mekaanisia sääntöjä. Yliopistomaailmassa suositaan formaalista käsitystä, jossa matematiikka tieteenä on hyvin eksaktia, täsmällistä ja muodollisuutta vaativaa. Nämä käsitykset ovat varsin riittämättömiä kuvaamaan matematiikan todellista luonnetta. Haapasalo näkee matematiikan ajatteluprosessien kehittämisenä ja erilaisten yhteyksien ja sääntöjen kehittämisenä lasten todellisten kokemusten kautta. Kaikilla on mahdollisuus ymmärtää ja tehdä matematiikkaa, sillä matematiikka ulottuu verkkomaisena järjestelmänä lähes kaikkialle. (Haapasalo 2011, 135–137.)

Sieglerin (2002, 31–36; 1996, 86–90) overlapping waves -teorian mukaan lasten taitojen kehittyminen ei etene yhtä suoraviivaisesti portaittain kuten Piaget'n kognitiivisen kehityksen teoriassa. Hän kuvaa taitojen kehittymistä aaltomaisena liikkeenä, jossa eri strategioita esimerkiksi matematiikassa käytetään päällekkäisesti ja tehtävien välillä vaihdellen. Iän ja kehittymisen myötä strategioiden käyttö muuttuu oppiessa tehokkaampia strategioita ja kyetessä yhdistelemään eri strategioita. Myös vanhemmat strategiat voivat osoittautua joissain tilanteissa tarpeellisiksi, jolloin ne voidaan ottaa takaisin aktiiviseen käyttöön. Niin matematiikan taitojen kuin muidenkin taitojen kehittyminen on siis dynaamista eli jatkuvasti muutoksessa olevaa.

Vaikka matematiikan taidot kehittyvät aaltomaisessa liikkeessä, on niiden kehittyminen myös hierarkkista. Ennen kuin lapsi voi oppia seuraavan taitotason, täytyy hänen hallita myös edeltävä yksinkertaisempi taito. (Krahtwohl 2002, 218.) Useat tutkimukset tukevat väitettä matemaattisten taitojen hierarkkisesta kehittymisestä. Monimutkaisemmat taidot perustuvat yksinkertaisempien taitojen hallintaan. (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004; Fuchs ym. 2006 ; Von Aster & Shalev 2007.) Taipale (2009, 21) on muodostanut matematiikan taito -kaavion (KUVIO 1.) väitöskirjassaan, jossa hän esittelee eri matematiikan osa-alueet ja niiden hierarkkisen rakentumisen. Kaiken perustana mallissa toimivat varhaiset taidot. Varhaisten taitojen hallinnan jälkeen matematiikan taidot kehittyvät kullakin osa-alueella keskeisten käsitteiden ymmärtämisen kautta eri suoritusstrategioiden omaksumiseen (laskutoimitusten toteuttaminen) ja ongelmanratkaisutaitoihin (soveltaminen).

	LUVUT JA LUKUJONO-TAIDOT	ARITMETIIKAN TAITO	ALGEBRAN TAITO	GEOMETRIAN TAITO
SOVELTAVA MATEMATIIKAN TAITO	Lukukäsitteen sovellukset	Aritmetiikan sovellukset	Algebran sovellukset	Geometrian sovellukset
LASKUTOIMITUSTEN TOTEUTTAMINEN	Lukujonossa liikkuminen	Luvuilla laskeminen	Kirjaimilla laskeminen	Mittaaminen
YMMÄRTÄMINEN	Lukukäsite	Aritmetiikan käsitteet	Algebran käsitteet	Geometrian käsitteet
VARHAISET TAIIDOT				

KUVIO 1. Matematiikan taito -kaavio: osa-alueet ja tasojen rakentuminen Taipaleen (2009, 21) mukaan.

Matematiikan taitojen kehittymiseen liittyy myös Matteus-efekti, joka tarkoittaa, että oppilaat, joilla on jo hyvät valmiudet matematiikan opiskeluun, kehittyvät edelleen nopeasti. Matematiikan taidoiltaan heikoimpien oppilaiden taitojen kehittyminen on hitaampaa, joten hyvien ja heikkojen oppilaiden välinen tasoero kasvaa. Yksilöiden väliset erot ovat jo koulun ensimmäisinä vuosina hyvin pysyviä. Oppilaille, joille matematiikka on haastavaa jo aluksi, kasautuu lisää ongelmia matematiikan opiskelussa kouluvuosien karttuessa. (Aunola ym. 2004, 708–711.) Matematiikan heikko osaaminen ennustaa edelleen heikkenevää osaamista myös myöhemmin. Ilmiön myötä jo olemassa olevat tasoerot jatkavat kasvuun. (Kikas, Peets, Palu & Afanasjev ym. 2009, 553.)

3.2 Matematiikan taitojen kehittyminen

Varhaiset matemaattiset taidot voidaan jaotella biologisesti primaareihin ja sekundaareihin taitoihin. Aunion, Hannulan ja Räsäsen (2004, 217) mukaan primaareja taitoja ovat ainakin pienten lukumäärien havaitseminen, suurempien lukumäärien suhteellinen hahmottaminen ja yksi yhteen -vastaavuuden periaatteet. Selkeä sekundaarinen taito varhaislapsuudessa on kulttuurisidonnaisen laskemisjärjestelmän opettelu. Matematiikan taidot opitaankin vuorovaikutuksessa. Taitojen oppimiseen vaikuttavat yksilöllisten taipumuksien lisäksi lähiympäristö sekä kieli ja kulttuurin arvot.

Butterworth (2005, 3–4) aloittaa lapsien matemaattisten taitojen kehittymisen kuvailun numeerisuuden ymmärtämisestä. Numeerisuus on ominaisuus, joka eroaa esim. väristä ja muodosta merkittävästi. Numeerisuudella voidaan kertoa jotain fyysisistä tavaroista, äänestä tai muista abstrakteista asioista kuten ”kolme toivomusta”. Numeerisuuden ymmärtäminen

vaatii monien erilaisten matemaattisen periaatteiden käsittämistä. Niitä ovat yksi yhteen (yksi asia voidaan laskea vain kerran), ryhmän numeerisuus muuttuu lisäämällä tai vähentämällä esineitä, erilaisten esineiden ryhmillä voi olla sama numeerisuus -periaatteet. Lapsien voi olla haastavaa käsittää kuinka myös abstrakteilla asioilla on yhtäläillä numeerinen merkitys kuin konkreettisillakin.

Starkey, Spleke ja Gelman (1990, 123–124) tutkivat 6–8-kuukautisten lasten lukumäärän tunnistamista. Lapset katsoivat merkittävästi pidempään kortteja joissa oli kolme asiaa tutun kahden sijaan. Tämä tarkoittaa, että jo 6–8-kuukautiset lapset pystyvät jättämään kuvissa esiintyvien itse tavaroiden, esineiden värin ja koon vaihtelun syrjään ja keskittyä tarkkailemaan lukumäärää. Tutkijat päättelivätkin, että ensimmäiset numeeriset kyvyt eivät ole riippuvaisia kielen kehittymisestä tai kulttuurisista kokemuksista numeroiden kanssa. Myös Wynnin, Bloomin ja Chiangin (2002, B58–B61) tutkimus 5-kuukautisilla lapsilla tukee väitettä vauvojen kyvystä havaita lukumääriä. Mitä enemmän lapsi kiinnittää spontaanisti huomiota lukumääriin, sitä enemmän hän harjoittelee matemaattisia taitojaan. Vahvalla spontaanin huomionkiinnittämisellä lukumääriin (SFON) on yhteys hyvään laskutaitoon. (Hannula, Räsänen & Lehtinen 2005, IV 2–3.)

Tällä hetkellä tutkimuksista (ks. myös Wynn 1992; Simon, Hespos ja Rochat 1995; Koechlin, Naccache, Block ja Dehaene 1999) suurin osa tukee väittämää vauvojen kyvystä havaita numeerisuus sekä sen muutokset (Butterworth 2005, 6). Väitettä tukevien tutkimusten vastapainoksi löytyy myös väitteen kumoavia tutkimuksia. Feigensonin, Spelken ja Careyn (2002) sekä Mixin, Huttelocherin ja Levinen (2002) tutkimuksissa vauvat reagoivat voimakkaammin esineiden muihin ominaisuuksiin kuin lukumäärään. Brannon, Abbott ja Lutz (2004, B67) toteavat, että heidän tutkimuksensa perusteella, ei voida selkeästi sanoa kiinnittävätkö vauvat eniten huomiota asioiden lukumäärään vai muihin ominaisuuksiin.

Numeerisuuden ymmärtämisen jälkeen lapsilla alkaa kehittyä sanoilla laskemisen taito. Lapset kuulevat ympärillään paljon numerosanoja (esim. tarinat ja sadut sekä lorut). Jotta laskeminen onnistuu, tulee lapsen osata numerosanat oikeassa järjestyksessä, kyetä laskemaan laskettavat asiat organisoituneesti ja laskemaan yhden asian vain kertaalleen. Lapset aloittavat laskemisen harjoittelun kaksivuotiaina ja noin kuusivuotiaina heidän tulisi ymmärtää laskemisen periaatteet. (Butterworth 2005, 6.) Laskemiseen tarvitaan myös

lukujonotaitojen hyvää hallintaa, jotka ovat Baroodyn (2004, 175) mukaan keskeisiä lapsen matemaattisen ajattelun kehittymisessä. Koposen, Aunolan, Ahosen ja Nurmen (2007, 235–237) tutkimus vahvistaa näkemystä lukujonotaitojen tärkeydestä, sillä lukujonotaidot olivat heidän tutkimuksessaan yksi vahvimista myöhempää laskutaitoa ennustavista tekijöistä. Aluksi lapsen täytyy aina aloittaa laskeminen lukusanasta yksi ja edetä yksi luku kerrallaan, mutta kehittyneemmässä vaiheessa lapsi pystyy aloittamaan muista kohdista sekä liikkumaan lukujonossa molempiin suuntiin eripituisilla askelilla (Aunio ym. 2004, 203).

Laskemista harjoitellessa lapsi opettelee useita erilaisia periaatteita laskemisesta. Laskiessa ryhmän suuruutta viimeiseksi sanottu lukusana ilmaisee suuruuden (kardinaalisuuden periaate) ja lukusanojen järjestys on vakio. Lisäksi lapsen tulee käsittää, että lukumäärän ilmaisemisen lisäksi lukusanoilla voidaan kertoa mittaustuloksia, paikkaa tai järjestystä (kuinka mones?) sekä lukusanalla voi olla nominaalinen tehtävä (juoksija numero 12). (Baroody 2004, 184–185; Butterworth 2005, 7.)

Wynnin (1990, 187–191) tutkimuksessa 3–6-vuotiaat lapset kykenivät antamaan oikean numeron vastaukseksi kysymykseen kuinka monta. Alle kolmevuotiaat osasivat laskea parhaiten esineitä, mutta eivät täysin ymmärtäneet laskemisen kardinaalista periaatetta. Seon ja Ginsburgin (2004, 103) tutkimus todistaa, että matemaattiset sisällöt kuuluvat lapsilla myös vapaaseen leikkiin. Viisivuotiaat lapset tunnistivat leikkimisen lomassa muotoja, tekivät säännönmukaisia kuvioita, vertailivat, tunnistivat lukumääriä, tutkivat määrällisiä muutoksia sekä tunnistivat spatiaalisia suhteita. Maailmamme on täynnä matematiikkaa ja lapset yrittävät luonnostaan ymmärtää maailmassamme esiintyviä matemaattisia ilmiöitä (Aunio ym. 2004, 198).

Lapsen laskutaito on aluksi sidoksissa konkreettisiin esineisiin ja se kehittyy konkreettisesta kohti abstraktia. Kun kaikkien toimintojen suorittaminen mielessä ei vielä onnistu, käyttävät lapset muistintukena esim. sormia tai palikoita. (Aunio ym. 2004, 201.) Pienten yhteen ja vähennyslaskujen laskeminen onnistuu mielessä noin neljävuotiailta lapsilta. Kouluikäiset lapset käyttävät aritmeettisiä taitoja vaativia tehtäviä ratkaistessaan erilaisia strategioita tehtävyytystyypistä ja lapsen matemaattisten taitojen kehittymisestä riippuen. Esimerkiksi yhteenlaskuissa voi käyttää kolmea erilaista strategiaa. Lapsi voi käyttää visuaaliseen tukeen perustuvaa counting all -strategiaa (2+3 -> yksi, kaksi ja yksi, kaksi, kolme -> kaikkien yhteen laskeminen), counting on from the first -strategiaa (2+3 -> yksi, kaksi, kolme, neljä,

viisi) tai counting on from the larger -strategiaa ($2+3 \rightarrow$ kolme, neljä, viisi). Laskemisen taitojen kehittyessä lapsi alkaa muistamaan aritmeettisia faktoja (esim. $5+5=10$), joita hän voi hyödyntää myös muiden tehtävien ratkaisemisessa (esim. jos $5+5=10$ täytyy $6+5$ olla 11). (Baroody 2004, 194–196; Butterworth 2005, 9.)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2004, 158–163) mukaan alkuopetuksessa on tavoitteena aloittaa luomaan oppilaille perustaa matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden kautta. Alkuopetuksen ydinsisältöihin kuuluvat edellä esiteltyjen laskustrategioiden opettelemisen lisäksi myös geometrian ja mittaamisen perusasiat kuten yksinkertaisimpien geometrinen käsitteiden (piste, jana jne.) hallinta. Siirryttäessä vuosiluokille 3–5 matematiikassa keskitytään matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja lukukäsitteen ja peruslaskutoimitusten varmentamiseen. Tällöin aikaisemmin opittuja perusasioita aletaan laajentamaan ja syventämään esimerkiksi uusien laskustrategioiden kautta. Viidennen luokan päättyessä oppilaiden hyvää osaamista kuvaa matemaattisten käsitteiden (esim. kymmenjärjestelmä, negatiiviset luvut, murtoluvut ja lukusuora) laaja ymmärrys ja niiden sujuva käyttö ongelmanratkaisussa. Algebran lisäksi oppilaan tulee hallita myös yksinkertaisimmat geometriset laskutoimitukset, mittaaminen ja geometrinen kappaleiden luokittelu. Lisäksi oppilailta vaaditaan monipuolisia työskentely- ja ajattelutapoja.

3.3 Vaikeudet matematiikan oppimisessa

Kaikki oppilaat eivät saavuta hyvän osaamisen kriteereitä, vaan kohtaavat matematiikan oppimisessa ongelmia. Hyvin monenlaiset taitopuutteet voivat aiheuttaa ongelmia matematiikan oppimisessa. DSM-IV tautiluokituksen mukaan (American Psychiatric Association 2000) kielelliset vaikeudet (käsitteiden ja symbolien ymmärtäminen ja muistaminen), havainnoinnin ongelmat (numeroiden ja laskumerkkien havaitseminen ja kappaleiden ryhmittely), tarkkaavaisuuden haasteet (lukujen kopioiminen oikein, lainausten ja laskumerkkien muistaminen ja huomiointi) sekä itse matemaattiset taitopuutteet (kertotaulu, laskusäännöt, lukujonotaidot, kymmenjärjestelmä) voivat olla matematiikan oppimisen vaikeuksien taustalla. (Räsänen & Ahonen 2004, 277.)

Räsänen ja Ahosen (2005, 292–293) mukaan useimmilla oppilailta, joilla matematiikan oppiminen on erityisen hankalaa, on myös ongelmia muilla oppimisen alueilla. Toisaalta mm. Landerlin, Bevanin ja Butterworthin tutkimus (2004) osoittaa, että matematiikan taidot muodostavat myös oman muista taidoista riippumattoman kykykomponentin. Matematiikan ongelmien taustalta voikin olla vaikeaa erottaa primaareiden vaikeuksien (matematiikan proseduurien hallinta) aiheuttamat ongelmat sekundaaristen vaikeuksien (kielen, muistin tai tarkkaavaisuuden ongelmat) aiheuttamista ongelmista.

Oppilaiden ongelmat matematiikan oppimisessa tulevat usein ilmi vasta soveltavien tehtävien kohdalla. Useimmiten vaikeus on jo peruslaskutasolla. Osalla oppilaista vaikeudet johtuvat laskutoimituksien hitaasta suorittamisesta ja omaa ikätasoaan nuorempien käyttämien laskustrategioiden käyttämisestä. (Räsänen & Ahonen 2005, 218.) Räsänen ja Räsänen (2012, 37–38) artikkelissa osoitetaan, että lasten käyttämiä laskustrategioita tarkkailemalla voidaan havaita ne oppilaat, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia. Oppilaiden juuttuminen ensimmäisestä laskemisen -strategiaan on erityisen huolestuttavaa. Opettajien tuleekin kiinnittää erityistä huomiota laskustrategioiden sekä yhteenlaskun vaihdannaisuuden ja lukumääräisyyden tajun perusteelliseen opettamiseen.

Räsänen ja Ahonen (2005, 218) esittävät toisena vaihtoehtonasyiksi matematiikan oppimisessa ilmeneville ongelmille varsinaisen dyskalkulian. Oppilas, jolla on dyskalkulia, kohtaa erilaisia ongelmia matematiikan opiskelussa. Hän käyttää kehittymättömiä laskustrategioita, eikä harjoittelunkaan myötä pysty merkittävästi kehittämään niitä, sekä hän tekee runsaasti virheitä etenkin edistyneempiä laskustrategioita käyttäessään. Lapsilla, joilla on dyskalkulia, on muihin verrattuna heikommin kehittynyt taju lukujen ja lukumäärien suuruusluokista (Piazza ym. 2010, 39). Tämä näkyy vaikeutena käyttää laskustrategioita (esim. suuremmasta laskeminen), jotka vaativat matemaattisten suhteiden ymmärtämistä ja lukumääräisyyden tajua (Rusanen & Räsänen 2012, 38).

On selkeää, että osa oppilaista tarvitsee tukea matematiikan oppimiseen. Väisänen (2011, 23) mukaan matematiikan erityisopetus ei ole yhtäläillä tuttua kuin lukemisen ja kirjoittamisen erityisopetus. Matematiikan erityisopetusta on myös tutkittu hyvin vähän. Niemen (2010, 26–31) artikkelista selviää, että viidennellä luokalla pojista 61 prosenttia ja tytöistä 50 prosenttia ei ollut saanut lainkaan tukiovetusta matematiikassa. Vastaavasti mitään erityisopetusta ei ollut saanut pojista 57 prosenttia ja tytöistä 64 prosenttia. Opettajat

arvioivat, että noin 4 prosenttia kaikista oppilaista tarvitsisi runsaasti tukea matematiikan oppimisessa ja 9 prosentilla suoriutuminen oli selvästi heikompaa kuin hyvän osaamisen kriteereissä. Ainoastaan kymmenesosa oppilaista sai erittäin tai melko paljon tukiopetusta matematiikassa. Samoin noin kymmenesosa oppilaista sai erittäin tai melko paljon erityisopetusta. Huomioitavaa on, että emme tiedä minkä takia tutkimuksessa mukana olleet oppilaat saivat erityisopetusta.

Räsänen, Närhen ja Aunio (2010, 188–189) tutkimuksessa tarkasteltiin samaa aineistoa Niemen kanssa, mutta keskittyen erityisesti matematiikassa heikosti suoriutuviin oppilaisiin (opettajan arvioinnin, matematiikan arvosanan tai tutkimuksessa käytetyn testin mukaan jaoteltu). Aineistossa heikosti suoriutuneet oppilaat saivat huomattavasti enemmän tukea kuin oppilaat, jotka suoriutuivat tavanomaisesti. Tutkijat nostavat esille erittäin huolestuttavana seikkana sen, että niistä oppilaista, joiden arvioitiin tarvitsevan erittäin paljon tukea, 27 prosenttia ei ollut saanut oppimiseensa tukea kuin korkeintaan vähäisissä määrin. Oppilaista, joilla matematiikan arvosana oli 5 tai 6, jopa 40 prosenttia sai tukea vain vähäisissä määrin tai ei lainkaan.

Matematiikan erityisopetuksesta ja konkreettisesta havainnollistamisesta on selkeästi hyötyä oppilaille (Metsämuuronen 2010, 123; Väisänen 2011, 38–39). Metsämuuronen (2010, 123, 126) korostaa, että konkreettinen havainnollistaminen ei tue ainoastaan heikkoja oppilaita, vaan antaa myös erityistä hyötyä taitavimmille matematiikan oppijoille. Niiden heikkojen oppilaiden, jotka saivat erityisopetusta erittäin paljon, osaaminen nousi samassa suhteessa taitavampiin oppilaisiin nähden. Niiden heikkojen oppilaiden, jotka eivät saaneet riittävästi tukea, osaaminen nousi paljon vähemmän. Väisänen (2011, 39) matematiikkainterventiotutkimuksessa interventiossa mukana olleet toisen luokan oppilaat pystyivät kirimään eroa muuhun luokkaan. Vanhemmillä oppilailla kireminen ei onnistunut yhtä hyvin. Tutkija epäileekin, että taitoerot olivat ylemmillä luokilla kasvaneet jo niin suuriksi, ettei eroa voisi kieriä umpeen yhden lukuvuoden aikana.

4 TARKKAAVAISUUS

4.1 Tarkkaavaisuus ja ADHD

Tarkkaavaisuuteen liittyviä toimintoja ovat keskittäminen, toteuttaminen, ylläpitäminen, vakiinnuttaminen, siirtyminen ja koodaaminen. Tarkkaavaisuuden ongelma, voi se ilmetä vaikeutena sulkea toissijaiset ärsykkeet ja keskittyä sekä toteuttaa vaadittua tehtävää. Tarkkaavaisuutta ylläpitäessä tulisi toimia valppaana ottaen huomioon tarpeelliset kohteet. Vakiintunut tarkkaavaisuus tarkoittaa tehtävä-ärsykkeisiin vastaamisajan vakiintuneisuutta. Tarkkaavaisuuden siirtäminen kohteesta toiseen tulisi tapahtua tehokkaasti ja sulavasti. Koodaaminen tarkoittaa tiedon mielessä pitämistä samalla tietoon liittyvää tehtävää suorittaen. Toiminnot sijoittuvat eri osa-alueille aivoissa. Alueiden vauriot tai alueiden vajaatoiminta aiheuttavat ongelmia kyseisellä tarkkaavaisuuden alueella. (Mirsky ym. 1999, 171–172.)

DSM-IV-luokituksessa (Diagnostic and Statistical Manual Terminology) määrittelee ADHD:n jatkuvana tarkkaamattomuusoireiden ja ylivilkkaus-/impulsiivisuusoireiden ilmenemisenä. Jonkin oireista tulee ilmetä ennen seitsemän vuoden ikää, oireita tulee ilmetä vähintään kuuden kuukauden ajan ja niiden tulee olla ikätasolle sopimattomia. (American Psychiatric Association 2000, 85.) Tautiluokituksessa ADHD jaetaan kolmeen alatyyppiin; yhdistyneeseen, pääasiallisesti tarkkaamattomuustyyppiin (käytetään myös nimitystä ADD) sekä pääasiallisesti yliaktiivisuus-impulsiivisuus tyyppiin. DSM-IV-luokituksen mukaista määritelmää käytetään tavanomaisesti kirjallisuudessa ja tieteellisessä tutkimuksessa. Suomessa käytetään aktiivisuuden ja tarkkaavaisuuden häiriön diagnosoimiseen International Classification of Diseases -10 -tautiluokitusta (ICD-10) (Moilanen, 2012, 38.)

ICD-10 (Terveiden ja hyvinvoinninlaitos 2012, 300–304) vaatii diagnoosin tekemiseen mm. vähintään kuuden tarkkaamattomuusoireen sekä kolmen yliaktiivisuus- ja neljän impulsiivisuusoireen yli kuuden kuukauden kestoja, oireiden täytyy olla haitaksi sekä poikkeavia lapsen kehitystasoon nähden, diagnostisten kriteereiden täyttymistä useissa tilanteissa ja tiedon saantia useammasta lähteestä.

ADHD:n arviointiin koulussa käytetään monipuolisia menetelmiä, kuten havainnointia, testejä ja haastatteluja. Arviointiin osallistuu niin lapsi, vanhemmat kuin lapsen opettajat (DuPaul & Stoner, 2003, 32.) ADHD näyttäytyy monella eri osa-alueella sekä jokaisella varsin yksilöllisenä. Tyypillisimpiä oireita ovat tarkkaavaisuuden häiriö ja ylivilkkaus sekä impulsiivisuus. Lapsella, jolla on tarkkaavaisuuden häiriö, voi olla myös keskittymisvaikeuksia, vaikeuksia noudattaa ohjeita, aloittaa työnteko ja suunnitella omaa toimintaansa sekä vaihteleva suorituskyky. Lapsen ylivilkkaus ilmenee tarpeettomana liikkeenä, vaikeutena pysyä paikallaan, jatkuvana vauhdikkuutena ja jatkuvana puhumisena. Impulsiivisuus ilmenee lapsilla toisten keskeyttämisenä ja häiritsemisenä, huolimattomuusvirheiden runsautena ja malttamattomuutena kuunnella tehtävät loppuun tai odottaa omaa puheenvuoroa. (Michelsson, Saresma, Valkama & Virtanen, 2000, 32–35.)

Rooney (2011, 202–203) lisää lasten, joilla on ADHD, tyypillisiin oireisiin organisoinnattomuuden, turhautumisen, riskien ottamisen sekä muita emotionaalisia piirteitä. Lisäksi käyttäytymisen ja sosiaalisuuden puolella lapsilla, joilla on ADHD, saattaa olla ongelmia itsehillinnässä, käyttäytymisen ja tunteiden epävakautta, huono itsetunto ja ongelmia sosiaalisissa suhteissa (vertaisten torjunnat sekä harvat hyvät ystävät). ADHD:n monipuolisen luonteen takia lapset, joilla on ADHD, vaativat intensiivisempää ja perusteellisempää opetusta, kuin lapset ilman ADHD:tä. Opetus tulisi pohjata yksilölliselle arvioinnille, jonka päälle kootaan eri mallien ja interventioiden kautta yksilöllinen suunnitelma.

4.2 Tarkkaavaisuuden pulmat ja akateeminen suoriutuminen

Loe ja Feldman (2007, 82–83) toteavat, että lapset, joilla on oireita tarkkaamattomuudesta, impulsiivisuudesta ja hyperaktiivisuudesta myös ilman virallista diagnoosia, saavuttavat muita lapsia huonompia akateemisia ja koulutuksellisia tuloksia. Heidän valmistuminen lukiosta ja korkeakouluun jatkaminen on epätodennäköisempää kuin muilla lapsilla. Lapsien, joilla on ADHD, akateeminen alisuoriutuminen on jatkuvaa. DuPaul ja Stoner (2003, 73–75) huomauttavat, että merkittävällä osuudella lapsista, joilla on ADHD, on ongelmia kuvailevassa kielessä, ongelmanratkaisussa sekä organisaatiotaidoissa. Vaikeudet edelle mainituissa nostavat akateemisen alisuoriutumisen riskiä. DuPaul ja Stoner lisäävät, että lapset, joilla on ADHD, eivät älyllisen toiminnan keskiarvoltaan eroa muista lapsista.

Myös McConaughy, Volpe, Antshel, Gordon ja Eiraldi (2011, 212–218) löysivät tutkimuksessaan 6–11-vuotiaiden lasten, joilla on ADHD, ja, joilla ei ole ADHD:tä, väliltä eroja akateemisissa suoriutumisissa sekä sosiaalisissa taidoissa. Lapset, joilla on ADHD, ovat kontrolliryhmää ja lapsia, joilla on oppimisvaikeus tai käyttäytymisen pulmaa, heikompia molemmilla osa-alueilla. Mittarista riippuen voi lasten, joilla on ADHD, oppimistulosten keskiarvo sijoittua lähelle saman ikäisten keskiarvoa. Tutkijat pohtivat, että huonot arvioinnit vanhemmilta ja opettajilta lasten akateemisten taitojen suhteen johtuvat lasten tarkkaamattomuudesta ja heikosta tuotteliaisuudesta eikä akateemisten taitojen heikkoudesta. Frazierin, Youngstromin, Guttingin ja Watkinsin (2007, 52) metatutkimus tukee väittämää lasten, joilla on ADHD, heikoista akateemisista taidoista, sillä ainoastaan kolmessa tutkimuksessa 72:ta tulokset olivat odotusten vastaiset ja lapset, joilla on ADHD, suoriutuivatkin akateemisissa taidoissa kontrolliryhmän veroisesti.

Kadesjön ja Gillbergin (2001, 490) ruotsalaistutkimuksessa 40 prosentilla lapsista, joilla on ADHD diagnoosi ja 29 prosentilla lapsista, joilla on tarkkaamattomuuden oireita, mutta ei diagnoosia, esiintyi lukivaikeutta. Kontrolliryhmällä vastaava luku oli 7 prosenttia. Tutkimuksessa 87 prosentilla lapsista, joilla on ADHD diagnoosi, on vähintään yksi diagnoosi ADHD:n lisäksi. DuPaul ja Stoner (2003, 80–83, 89) havaitsivat tutkimustarkastelussaan, että yhdellä neljäs- tai kolmasosalla lapsista, joilla on ADHD, on myös jokin erityinen oppimisvaikeus. Toisinpäin tarkasteltuna melkein 40 prosentilla lapsista, joilla on oppimisvaikeus, on myös ADHD-oireita. Kirjoittajat huomauttavat, että on

tärkeä muistaa, että suurimmalla osalla lapsista, joilla on ADHD, ei ole oppimisvaikeutta, sillä oppimisvaikeudet ja ADHD eivät ole täydellisessä yhteydessä.

Weissin, Murrayn ja Weissin (2002, 102) mukaan ADHD oireet seuraavat lapsia nuoruuteen ja aikuisuuteen saakka. Hyperaktiivisuus, impulsiivisuus ja aggressiivisuus vähenevät lasten vanhetessa, mutta ovat edelleen läsnä ja ero kontrolliryhmiin on merkittävä. Frazierin ym. (2007, 52) metatutkimuksessa havaittiin ADHD oireiden vähentyvän lasten kasvaessa. Lapsilla, joilla on ADHD, ero ADHD:n oireissa kontrolliryhmään verrattuna on suurempi kuin nuorilla. Nuorilla kontrolliryhmän ja nuorten, joilla on ADHD, välillä ero ADHD oireissa on aikuisia suurempi.

DuPaulin ja Weyandtin (2006) tutkimus käsittelee interventioita, jotka on suunniteltu vaikuttamaan lasten, joilla on ADHD, koulukäyttäytymiseen ja akateemiseen suoriutumiseen. Kaikista tehokkainta on käyttää monimenetelmällistä hoitokeinoa. Se sisältää lääkinnällisen hoidon sekä proaktiivisen ja reaktiivisen hoidon. Proaktiivisessa hoidossa pyritään vaikuttamaan olosuhteisiin (valinnat, tutorointi, tietotekniikan käyttö), jotka vaikuttavat lapsen käyttäytymiseen ja reaktiivisessa hoidossa keskitytään käyttäytymisen (palkkiomenetelmät, itsehillintä interventiot) jälkeisiin olosuhteisiin. DuPaul ym. (2006, 644–646) todistivat tutkimuksessaan, että normaalilla opettajan konsultoinnilla oli yhtä suuret vaikutukset lasten, joilla on ADHD, akateemisten taitojen kehittymiseen kuin yksilöllisesti suunnitellulla interventiolla. Kummatkin tavat johtivat lasten akateemisten taitojen merkittävään kehittymiseen.

4.3 ADHD ja matematiikka

Lapset, joilla on ADHD, suoriutuvat tutkimusten mukaan muita lapsia heikommin matematiikassa. Metatutkimuksessa akateeminen suoriutuminen mitattiin useita osa-alueita yhdistelemällä. Eri tutkimuksissa oli testattu mm. lukeminen, matematiikan taidot ja oikeinkirjoitus. Matematiikassa oppilaiden, joilla on ADHD, ja kontrolliryhmän välillä havaittiin toiseksi suurin ero heti lukemisen jälkeen. (Frazier ym., 2007, 52.) Myös Gremillion ja Martel (2012, 1343) havaitsivat tutkimuksessaan merkittävän eron lasten, joilla on ADHD, ja kontrolliryhmän välillä matematiikan osaamisessa. McConaughyn ym.

(2011, 212–213) tutkimuksessa 6–11-vuotiaat lapset, joilla on ADHD, suoriutuivat matematiikan taitoja mittaavassa testissä selvästi kontrolliryhmää heikommin.

Pojilla, joilla on ADHD, oli muita poikia enemmän aktiivisuutta Zental, Smith, Lee ja Wieczorek (1994) tutkimuksessa. Useasti tehtävästä pois katsominen, suurempi fyysinen aktiivisuus ja usein toistuva ääntely voivat selittää poikien, joilla on ADHD, heikompaa suoriutumista matematiikan tehtävistä. Pojat, joilla on ADHD, laskivat kontrolliryhmän poikia epätarkemmin ja hitaammin. Ryhmien eroon nopeassa laskemisessa vaikuttivat lasten kyky tunnistaa numeroita ja heidän motorinen nopeus. (Zental ym. 1994, 515–519.) Zentalin (1990) aikaisemmassa tutkimuksessa seitsemäs- ja kahdeksaluokkalaisilla havaittiin vastaavia tuloksia. Kontrolliryhmän ja nuorten, joilla on ADHD tai ADD, välistä eroa matematiikan ongelmien ratkaisussa voidaan selittää lukemisella, älykkyydosamäärällä tai matematiikalle altistumisen vähäisyydellä. Jos edellä mainitut seikat eivät selittäneet parempaa osaamista, voidaan se selittää sillä, että matematiikan ongelmien ratkaiseminen vaatii suurta tarkkaavaisuutta. Erityisen haastavia ovat tehtävät, joissa on useita vaiheita tai menettelytapoja.

Zental ja Ferkis selittävät lasten, joilla on ADHD, heikkoa menestymistä matematiikassa seuraavasti. Matematiikan oppimisessa tärkeitä tekijöitä ovat kognitiiviset kyvyt ja lukutaito, sillä ne vaikuttavat ylimääräisen informaation huomiotta jättämiseen, tärkeän tiedon mieleen palauttamiseen pitkänkin ajan jälkeen, useiden operaatioiden yhtäaikaiseen hallintaan ja tiedon esittämiseen numeerisessa muodossa. Lisäksi hidas ja virheellinen laskutaito heijastuu ongelmanratkaisukykyyn. Vaikeudet laskutaidoissa ja muissa edellä mainituissa lisäävät painetta tarkkaavaisuudelle matematiikan ongelmia ratkoessa. Kognitiiviset tyylit, kuten tarkkaamattomuus ja organisoimattomuus selittävät heikkoa laskutaitoa enemmän kuin kognitiiviset kyvyt. (Zental & Ferkis, 1993, 15.)

4.4 ADHD ja minäkäsitys

ADHD:n ja minäkäsityksen välistä yhteyttä on tutkittu varsin rajallisesti ja vain muutama tutkija on osoittanut kiinnostusta aiheeseen. Tutkijat ovat eri linjoilla siitä, onko kontrolliryhmän lasten ja lasten, joilla on ADHD tai ADD, minäkäsitysten välillä merkittävää eroa. Useat tutkijat ovat tutkineet lasten, joilla on ADHD, omien taitojen liiallista positiivista arviointia (positive illusory bias). Hoza ym. (2004, 386–387, 390) havaitsivat lasten, joilla on ADHD, yliarvioivan kyvykkyyttään verrattuna kontrolliryhmän lapsiin. Hoza, Pelham, Dobbs, Owens ja Pillow (2002, 275) havaitsivat saman ilmiön pelkästään pojilla sekä Swanson, Owens ja Hinshaw (2012, 993, 995–996) ainoastaan tytöillä.

Harterin (Self-perception profile for children, 2012; 1985) minäkäsitys mittaria käyttäneessä tutkimuksessa ei löydetty merkittävää eroa poikien, joilla on ADHD, ja poikien, joilla ei ole ADHD:ta, välillä yleisessä minäkäsityksessä eikä minäkäsityksen eri osa-alueissa. Eron puuttuminen on yllättävää, sillä pojat, joilla on ADHD, suoriutuivat muita heikommin akateemisesti ja heillä oli ongelmia sosiaalisissa suhteissa. Tutkijoilla on ilmiölle kaksi mahdollista selitystä. Pojat, joilla on ADHD, näkevät itsensä positiivisen harhakuvan kautta. Tai pojat eivät pysty tarkastelemaan itseään realistisesti, joka voi olla keino suojella itseään akateemisia epäonnistumisia ja sosiaalisia torjuntia kohdatessa. (Hoza, Pelham, Milich, Pillow & McBride, 1993, 280–281.) Owensin ja Hozan (2003, 684) tutkimuksessa hyperaktiiviset ja tarkkaamattomat lapset erosivat minäkäsitykseltään kontrolliryhmästä vain käyttäytymisessä. Pelkästään tarkkaamattomat lapset erosivat kontrolliryhmän lapsista akateemisessa ja yleisessä sekä käyttäytymisen ja ulkonäön minäkäsitykseltään. Vain tarkkaamattomien lasten akateemiset ja ulkonäölliset minäkäsitykset olivat hyperaktiivisten ja tarkkaamattomien lasten minäkäsityksiä heikommat.

Myös Gresham, MacMillan, Bocian, Ward ja Forness (1998, 403) päätyivät vastaavanlaisiin pohdintoihin tutkimuksessaan. He löysivät lasten, joilla on hyperaktiivisuutta, tarkkaamattomuutta ja impulsiivisuutta sekä käyttäytymisen ongelmia, sekä kontrolliryhmän lasten välillä eron sosiaalisissa suhteissa sekä akateemisessa suoriutumisessa. Kuten Hozan ym. (1993) tutkimuksessa, eroa ryhmien välillä ei löytynyt yleisessä minäkäsityksessä tai akateemisessa minäkäsityksessä. Gresham ym. (1998) pohtivat kuinka on mahdollista, että suuret määrät tovereiden torjuntia, harvat ystävät, yksinäisyys, heikot sosiaaliset taidot,

akateemiset vaikeudet ja kouluun sopeutumisen ongelmat voivat kääntyä ulkoisen ja sisäisen vertailun kautta keskivertoiseksi minäkäsitykseksi.

Treuting ja Hinshaw (2001, 29–30) löysivät tutkimuksessaan poikien, joilla on ADHD tai ADHD ja aggressiivista käyttäytymistä, sekä kontrolliryhmän poikien välillä eron akateemisessa ja yleisessä minäkäsityksessä. Kaikista heikoin minäkäsitys oli pojilla, joilla on ADHD sekä aggressiivista käyttäytymistä. Tutkijat pohtivat, että näinkin vastakkaisten tulosten saaminen (vrt. edelliset kappaleet) on mahdollista, sillä tutkimuksissa on käytetty eri minäkäsitysmittareita. 7–11-vuotiaiden lasten, joilla on ADHD, ja kontrolliryhmän väliltä minäkäsityksen eri osa-alueilla löytyi eroja myös Ialongon, Lopezin, Hornin, Pascoen ja Greenbergin (1994, 168) tutkimuksessa. Esimerkiksi kontrolliryhmän akateeminen minäkäsitys ja yleinen minäkäsitys olivat huomattavasti lasten, joilla on ADHD, minäkäsityksiä korkeampia.

5 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tutkimukseni tarkoituksena on selvittää kuinka sukupuoli, erityisopetus, tarkkaavaisuus ja matematiikan osaaminen ovat yhteydessä ja selittävät matemaattista minäkäsitystä. Tutkimuksessa tarkastellaan 3. ja 4. luokkalaisten oppilaiden matemaattista minäkäsitystä sekä millainen muutos oppilaiden matemaattisessa minäkäsityksessä tapahtuu 3. luokalta 4. luokalle siirryttäessä.

- 1. Millainen matemaattinen minäkäsitys on 3. ja 4. luokkalaisilla?**
- 2. Kuinka sukupuoli, erityisopetus, tarkkaavaisuus ja matematiikan osaaminen ovat yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokkalaisilla?**
 - 2.1 Kuinka sukupuoli, erityisopetus ja tarkkaavaisuus ovat yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokkalaisilla kun matematiikan osaaminen on kontrolloitu?
- 3. Kuinka oppilaiden matemaattinen minäkäsitys muuttuu siirryttäessä 3. luokalta 4. luokalle?**
 - 3.1 Millainen muutos oppilaiden matemaattisessa minäkäsityksessä tapahtuu tarkastellessa sukupuolta, erityisopetusta, tarkkaavaisuutta ja matematiikan osaamista?
 - 3.2 Kuinka sukupuoli, matematiikan osaaminen, tarkkaavaisuus ja erityisopetus selittävät matemaattisen minäkäsityksen muutosta siirryttäessä 3. luokalta 4. luokalle?
 - 3.3 Mitkä tekijät (sukupuoli, erityisopetus, tarkkaavaisuus) selittävät matemaattisen minäkäsityksen muutosta kun matematiikan osaaminen on kontrolloitu?

6 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

Tutkimus on osa Itä-Suomen kehittämisverkoston (ISKE) tutkimushanketta. Tutkimushankkeen tarkoituksena oli kehittää ja arvioida yleisen, tehostetun ja erityisen tuen toimivuutta. Lisäksi hankkeen tarkoituksena oli tutkia tarkkaavaisuuden ja käyttäytymisen ongelmia ja kehittää niihin puuttumisen keinoja yleisopetukseen. Tutkimukseen osallistui lähes 50 koulua Joensuusta, Kontiolahdelta, Kuopiosta, Leppävirralta, Liperistä, Tuusniemeltä ja Varkaudesta. (ISKE-verkosto 2013.)

6.1 Tutkimusjoukko

Tutkimuksessa on käytetty osaa ISKE-verkoston tutkimusaineistosta. Tutkimusaineisto on kerätty vuosina 2010 ja 2011 Itä-Suomen alueelta. Kuten seurantatutkimuksen luonteeseen kuuluu, tutkimuksen perusjoukko on pienempi (N=251) neljännellä luokalla tehdyssä matemaattisen minäkäsityksen mittauksessa kuin kolmannella luokalla tehdyissä mittauksissa (N=407). Kolmannella luokalla oppilailta kerättiin tieto sukupuolesta, matematiikan osaamisesta, tarkkaavaisuudesta, erityisopetuksesta ja matemaattisesta minäkäsityksestä. Ainoastaan matemaattinen minäkäsitys mitattiin oppilailta kahdesti.

6.2 Tutkimuksen mittarit

Matemaattinen minäkäsitys

Tutkimuksessa oppilaiden matemaattinen minäkäsitys on mitattu standardoidulla Self-Description Questionnaire eli SDQ-I-minäkäsitysmittarilla. Alkuperäisen mittarin, jolla voidaan mitata minäkäsityksen eri osa-alueita, on kehittänyt Herbert Marsh. Mittari pohjautuu Shavelsonin, Hubnerin ja Stantonin (1976) minäkäsitysmalliin. SDQ-I-mittari sisältää yhteensä 76 väittämää. Tutkimuksessani on otettu huomioon vain matemaattiseen minäkäsitykseen liittyvät väittämät. Tällaisia väittämiä ovat esimerkiksi *”Matematiikan opiskelu on minulle helppoa”* ja *”Odotan innolla matematiikkaa”*.

Oppilaiden arvioivat minäkäsitystään SDQ-I-mittarin suomenkielisellä versiolla. Aineisto on kerätty samoilta oppilailta kahdesti kolmannella (N = 407) ja neljännellä (N = 251) luokalla. Oppilaiden tuli arvioida kuinka hyvin väittämät kuvaavat heitä itseään. Väittämiin vastattiin viisiportaiselta likert-asteikolta (1=väärin, ei pidä paikkansa, 5= totta, pitää paikkansa) ympyröimällä parhaiten sopiva vaihtoehto. Yksittäisen oppilaan matemaattisen minäkäsityksen taso voi siis vaihdella välillä 1-5. Aineistossa oppilaan korkeasta matemaattisen minäkäsityksen tasosta kertovat suuret arvot ja heikosta pienet arvot.

Erityisopetus

Erityisopetusmuuttujassa oppilaat oli jaettu oppilaisiin, jotka eivät saa erityisopetusta/yleinen tuki, oppilaisiin, jotka saavat osa-aikaista erityisopetusta/tehostettu tuki sekä oppilaisiin, jotka joilla on erityisopetus päätös/erityinen tuki. Päädyin muuttamaan kolmiluokkaisen muuttujan kaksiluokkaiseksi erityisen tuen oppilaiden vähäisen määrän vuoksi. Yhdistämällä tehostetun ja erityisen tuen oppilaat muodostuivat seuraavat luokat: yleisopetuksen oppilaat (N = 268) ja erityisopetuksen oppilaat (niin osa-aikaista kuin koko-aikaista erityisopetusta saavat) (N = 88). Oppilaiden erityisopetuksen syyt eivät ole tiedossa eli ei ole tietoa saavatko kaikki erityisopetusta saavat tukea matematiikassa.

Matematiikan osaaminen

Tässä tutkimuksessa oppilaiden matematiikan osaamista kuvaa opettajien antama arvio. Opettajat ovat arvioineet oppilaidensa osaamista kolmannella luokalla arviointiasteikolla 4-10. Mittaamalla matematiikan osaamista opettajien arvioinnin kautta, oppilaiden välille tuli enemmän vaihtelua kuin todistusarvosanojen kautta. Tästä huolimatta otoksessa oli hyvin

vähän heikoilla (4–7) arvosanoilla arvioituja oppilaita. Päädyin yhdistämään 8-arvosanaa pienemmät arvosanat, sillä ilman yhdistämistä kyseisten arvosanojen oppilasryhmien frekvenssit olisivat jääneet liian pieniksi. 5-7 arvosanojen yhdistämisen jälkeen muuttuja noudattaa normaalia jakaumaa. Arvosana 8 toimii hyvänä rajana, sillä se kertoo oppilaan hyvästä osaamisesta kyseisessä oppiaineessa Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2004, 262) ohjeistusta noudattaessa. Käytän tutkimuksessani usein kyseisistä luokista seuraavia nimiä: heikot oppilaat, 8:n oppilaat, 9:n oppilaat ja 10:n oppilaat.

Tarkkaavaisuus

Oppilaiden tarkkaamattomuuden määrittämiseen on käytetty suomenkielistä versiota The Strengths and Difficulties Questionnaire eli SDQ-mittarista. Mittarin on alun perin kehittänyt Robert Goodman vuonna 1997. Kyselyssä on 25 väittämää, jotka sijoittuvat viidelle eri osaluokalle; käyttäytymisen ongelmat, emotionaaliset oireet, hyperaktiivisuus-tarkkaamattomuus, vaikeudet vertaissuhteissa ja prososiaalinen käyttäytyminen. Kyselystä on omat (samanlaiset) versionsa 11–16-vuotiaille lapsille ja nuorille, lasten vanhemmille, opettajille sekä erilainen versio 3–4-vuotiaiden lasten vanhemmille ja opettajille. (Koskelainen 2008, 10.)

Tässä tutkimuksessa oppilaiden tarkkaamattomuutta arvioivat heidän vanhempansa. Kyselylomakkeessa vanhempia pyydetään arvioimaan lastensa käyttäytymisen ja tunne-elämän ongelmista viimeisen kolmen kuukauden aikana. Tässä tutkimuksessa on huomioitu ainoastaan mittarin hyperaktiivisuus-tarkkaamattomuus alueen väittämät. Vanhempia on pyydetty arvioimaan yksittäisten väittämien paikkansa pitävyyttä lastensa kohdalla. Väittämiin vastattiin kolmiportaiselta likert-asteikolta (1=pätee varmasti, 2=pätee jonkin verran ja 3=ei päde). Arvot on dataa syöttäessä käännetty niin, että lähellä 3 olevat arvot kertovat oppilaan mahdollisesta tarkkaavaisuuspulmasta. Lapsen tarkkaavaisuuteen liittyviä väittämiä oli yhteensä 5:

- *Levoton, yliaktiivinen, ei pysty olemaan kauan hiljaa paikoillaan*
- *Jatkuvasti hypistelemässä jotakin tai kiemurtelee paikoillaan.*
- *Helposti häiriintyvä, mielenkiinto harhailee.*
- *Harkitsee tilanteen enne kuin toimii.*
- *Saattaa tehtävät loppuun, hyvin pitkäjänteinen.*

Kuten Koskelainenkin (2008) käytin myös minä tarkkaavaisuuspulman tunnistamiseksi 90 prosentin katkaisurajaa. Se tarkoittaa, että vanhempien arvioinnin mukaan 10 prosentilla suurimmat arvot saaneista oppilaista on tarkkaavaisuuspulma. Lisäksi seuraavat 10 prosenttia aineistosta määritetään tarkkaavaisuuspulman riskiryhmään, kuten SDQ-mittarin internetsivulla on ohjeistettu (www.sdqinfo.org). Näin tutkimuksessa pystytään vertailemaan oppilaita tarkkaavaisuuden perusteella kolmessa eri ryhmässä: oppilaat, joilla on tarkkaavaisuuspulma (N = 36, 8,7 %), oppilaat, jotka ovat tarkkaavaisuuspulman riskiryhmässä (N = 62, 15,1 %) sekä oppilaat, joilla ei ole tarkkaavaisuuspulmaa/muut (N = 314, 76,2 %). Ryhmien koot eivät ole täysin suositusten mukaiset (10 % + 10 % + 80 %), sillä otoksesta ei voi jakaa saman arvioinnin saaneita eri ryhmiin.

6.3 Aineiston analyysi

Olen analysoinut aineiston SPSS -ohjelmalla. Tutkimuksessa on käytetty pääasiassa yksisuuntaista ja toistettujen mittausten varianssianalyysiä. Alla olevasta taulukosta voi nähdä millä analyyseillä mihinkin tutkimuskysymykseen on vastattu.

TAULUKKO 1. Tutkimuskysymykset ja niihin käytetyt analyysimenetelmät.

1. Millainen matemaattinen minäkäsitys on 3. ja 4. luokkalaisilla?	- Keskiarvot, keskihajonnat t-testi ja Pearsonin korrelaatio
2. Kuinka sukupuoli, erityisopetus, tarkkaavaisuus ja matematiikan osaaminen ovat yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokkalaisilla? 2.1. Kuinka sukupuoli, erityisopetus ja tarkkaavaisuus ovat yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokkalaisilla kun matematiikan osaaminen on kontrolloitu?	- Varianssianalyysi

<p>3. Kuinka oppilaiden matemaattinen minäkäsitys muuttuu siirryttäessä 3. luokalta 4. luokalle?</p> <p>3.1. Millainen muutos oppilaiden matemaattisessa minäkäsityksessä tapahtuu tarkastellessa sukupuolta, erityisopetusta, tarkkaavaisuutta ja matematiikan osaamista?</p> <p>3.2. Kuinka sukupuoli, matematiikan osaaminen, tarkkaavaisuus ja erityisopetus selittävät matemaattisen minäkäsityksen muutosta siirryttäessä 3. luokalta 4. luokalle?</p> <p>3.3. Mitkä tekijät (sukupuoli, erityisopetus, tarkkaavaisuus) selittävät matemaattisen minäkäsityksen muutosta kun matematiikan osaaminen on kontrolloitu?</p>	<p>- Varianssianalyysi</p>
--	----------------------------

Seuraavaksi esittelen tutkimuksessa käytetyt aineiston analyysimenetelmät. T-testin tulokset tuovat lisää informaatiota tunnuslukujen lisäksi matemaattisen minäkäsityksen kuvailuun. Pearsonin korrelaatiokerroittimella tutkin kuinka voimakkaasti eri muuttujien perusteella jaettujen ryhmien matemaattinen minäkäsitys 3. luokalla korreloi 4. luokan vastaavan kanssa. Varianssianalyysijä olen käyttänyt ilmaisemaan kuinka tutkimuksessa mukana olleet tekijät vaikuttavat matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla sekä matemaattisen minäkäsityksen muutokseen.

T-testi

T-testien avulla voidaan tehdä päätelmiä jakaumien keskiarvoista (Nummenmaa 2009, 166). Tutkimuksessani olen käyttänyt riippumattomien otosten t-testiä. Olen verrannut koko aineistossa ja eri ryhmillä 3. ja 4. luokan matemaattisten minäkäsityksien keskiarvoja toisiinsa. Nummenmaan mukaan riippumattomien otosten t-testiä voidaan käyttää, kun molemmissa vertailtavissa ryhmissä ovat eri henkilöt (eli ryhmät ovat toisistaan riippumattomia). Testin oletuksina ovat vähintään välimatka-asteikollinen mittaus,

jakaumien normaalijakautuneisuus, vertailtavien ryhmien yhtä suuret varianssit sekä vähintään 20 tutkittavaa / vertailtava ryhmä. (Nummenmaa 2009, 172–174.)

Pearsonin korrelaatiokerroin

Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokerroin (lyhemmin korrelaatiokerroin) ilmoittaa kahden muuttujan välisen lineaarisen yhteyden voimakkuuden. Muuttujien tulee olla vähintään välimatka-asteikolla mitattuja sekä normaalisti jakautuneita. Lisäksi suositellaan, että havaintoja olisi vähintään 50, mutta mielellään yli 100. Korrelaatiokertoimen tulokset vaihtelevat välillä $[-1, 1]$. Jos tulos on lähellä -1 , on kyseessä voimakas negatiivinen yhteys (toisen muuttujan arvojen laskiessa toisen muuttujan arvo nousevat). Kun tulos on lähellä 1 , muuttujien välillä on voimakas positiivinen yhteys (kun toisen muuttujan arvot kasvavat, kasvavat myös toisen muuttujan arvot). Mitä lähempänä nolaa korrelaatiokertoimen arvo on, sitä heikompi tai olematon muuttujien välinen lineaarinen yhteys on. (Nummenmaa 2009, 279–280.) Koska kaikki testin oletukset eivät täyty, olen varmistanut tuloksien oikeellisuuden käyttämällä myös Spearmanin järjestyskorrelaatiota, joka on Pearsonin korrelaatiokertoimen epäparametrinen vastine. Tuloksina raportoidut korrelaatiokertoimet ovat Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokertoimen tuloksia.

Varianssianalyysi

Kaikkien varianssianalyysien oletuksina ovat normaalijakauman voimassaolo, riippuvan muuttujan vähintään välimatka-asteikollinen mittaus sekä laatueroasteikolliset riippumattomat muuttujat, varianssien yhtäsuuruus ja vähintään 20 havaintoa jokaisessa tarkasteltavassa ryhmässä (Nummenmaa 2009, 194.) Yksi- ja kaksisuuntaisissa varianssianalyysissä tutkitaan yhden tai kahden riippumattoman muuttujan vaikutusta riippuvaan muuttujaan. Useampisuuntaisessa varianssianalyysissä tutkitaan kuinka useat tekijät vaikuttavat riippuvaan muuttujaan. Menetelmässä voidaan tarkastella yksittäisen muuttujan päävaikutusta tai useampien muuttujien yhdysvaikutusta. Lisäksi on olemassa toistettujen mittausten varianssianalyysi. Sitä käytetään tilanteissa, joissa riippuvan muuttujan arvoja on mitattu useammin kuin kerran. (Nummenmaa 2009, 184, 212, 236).

En voinut käyttää tutkimuksessani useampisuuntaista varianssianalyysiä, koska kaikkien muuttujien yhteyttä yhtäaikaisesti tutkiessa otosten lukumäärä laski yksittäisissä ryhmissä liian pieneksi. Tämän takia tutkin jokaisen tekijän vaikutuksen riippuvaan muuttujaan (matemaattinen minäkäsitys) yksisuuntaisella varianssianalyysillä. Koska en voinut asettaa

kaikkia tekijöitä malliin yhtäaikaaisesti, olen arvioinut erojen käytännöllistä merkittävyyttä myös efektikoon (η^2) avulla. Efektikoon avulla voi verrata eri tekijöiden vaikuttavuutta, vaikka otoskoko vaihtelee riippuen siitä, mikä tekijä on mukana testissä. Erityisopetuksen, tarkkaavaisuuden ja matematiikan osaamisen kohdalla ryhmien varianssit eivät olleet yhtä suuret. Voin kuitenkin tulkita tuloksia, sillä F-testi on vakaa (Robust) oletusten rikkoutumista vastaan (Nummenmaa 2009, 194). Tarkkaavaisuuden ja matematiikan osaamisen eri ryhmien välisessä vertailussa käytin Dunnett T3:a, sillä varianssien yhtäsuuruusoletus ei ollut voimassa.

6.4 Tutkimuksen luotettavuus

Hyvän tutkimuksen perusvaatimuksena on mm. systemaattisen virheen välttäminen. Systemaattinen virhe voidaan välttää valideja mittareita käyttämällä sekä tarkalla suunnittelulla ja tavoitteiden asettamisella. (Heikkilä 2008, 29–30.) Validissa tutkimuksessa on mitattu sitä mitä on ollut tarkoitus mitata, jolloin tutkimuksen luotettavuus on suoraan verrannollinen tutkimuksessa käytettyihin mittareihin (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 231–232). Tutkimukseni on osa suurempaa tutkimusprojektia, johon on valittu vain luotettavia ja yleisesti käytettyjä mittareita. Tutkimuksen validius on vahva, sillä tutkimusprojektin suunnittelu oli täsmällistä ja tarkkaa. Tutkimuksen toteuttamista varten on hankittu luvat Itä-Suomen kehittämisverkosto -hankkeen kautta. Käyttämäni aineistoa on ollut keräämässä useita tutkijoita ja tutkimusapulaisia. Useampien henkilöiden mukana oleminen lisää automaattisesti huolimattomuusvirheiden mahdollisuutta. Kuitenkin kaikki projektiin osallistujat ovat olleet päteviä ja heille on annettu tarkka ohjeistus aineiston keräämisestä ja syöttämisestä SPSS-ohjelmaan.

Rajasin tutkimukseni aiheen yhdessä tutkimusprojektin vastuuhenkilöiden kanssa. Olen pyrkinyt omassa tutkimuksessani toimimaan mahdollisimman huolellisesti ja perusteellisesti välttääkseni virheitä. Tutkimukseni tekemisen aikana olen pohtinut kokeneempien tutkijoiden kanssa erityisesti aineiston analyysiä sekä tulosten kirjoittamista. Perusteellinen pohjatyö näkyy tulokset osion täsmällisyytenä ja tulosten tulkinnan tarkkuutena. Tutkimuksessani esitetyt tulokset ovat esitetty niin kuin ne aineistossa ovat ilmenneet. Olen toteuttanut tutkimustani kokeilevalla ja tutkivalla otteella, pyrkien pohtimaan tutkimuksen kulkua tutkimuksen eri vaiheissa itsenäisesti.

Seurantatutkimuksissa esiintyy usein katoa eri mittauskertojen välillä. Niin kävi myös tässä tutkimuksessa, eli erityisesti 4. luokan matemaattinen minäkäsitys muuttujan data ($N_{3IK}=407$, $N_{4IK}=251$) on puutteellinen. Tutkimuksen otoskoko on kuitenkin joka tapauksessa kohtuullisen suuri. Tutkimuksen tulokset voidaankin yleistää 3. ja 4. luokkalaisiin Itä-Suomen alueella. Tulosten yleistäminen koko Suomen alueelle tai kaikkia peruskoululaisia koskeviksi ei ole mahdollista.

Tutkimuksen luotettavuutta kuvataan perinteisesti kahdella termillä: reliabiliteetti ja validiteetti. Tutkimuksen reliabiliteetti mittaa tutkimuksen toistettavuutta, eli jos tutkimus suoritettaisiin uudelleen samoilla mittareilla, samat henkilöt saisivat edelleen samoja tuloksia. Laajasti määriteltynä validissa tutkimuksessa on mitattu sitä mitä on ollut tarkoituskin mitata. Tutkimustulokset eivät voi olla valideja, jos tutkimuksessa käytettäviä käsitteitä ja muuttujia ei ole tarkoin määritelty ennen mittausta. (Heikkilä 2008, 29–31.)

Tutkimuksessani käytetty minäkäsitystä mittaavaa SDQ-I-mittari on laajalti käytetty. Mittarin sisäinen reliabiliteetti (0,80–0,94) on todettu hyväksi Marshin tutkimuksissa. Mittari on myös todettu validiksi, sillä mittarin antamat tulokset ovat yhteneviä minäkäsitys teorian kanssa. Mittarissa huomioidaan minäkäsitykseen vaikuttavia asioita kuten ikä, sukupuoli, akateemiset saavutuksen jne. (Marsh 1990a, 4, 45.) Myös tarkkaavaisuutta mittaava SDQ-mittari, on yleisesti tunnettu ja käytetty sekä normitettu. Tämä tukee mittarin luotettavuutta. Mittarin luotettavuutta lisää oppilaiden vanhempien ja opettajien havainnointiin perustuvat osiot. Oppilaiden itsearviointiin pohjautuva tieto muodostaa aina luotettavuuskysymyksen. Suomalaisen version (SDQ-Fin) version validiteetti on tutkittu suomalaisella aineistolla ja todettu hyväksi (Koskelainen 2008, 38).

Tutkimuksessa on käytetty opettajien arviota oppilaiden matemaattisesta osaamisesta sekä vanhempien arviota lastensa tarkkaavaisuudesta. Näiden mittareiden pätevyys ja luotettavuus voidaan kyseenalaistaa, sillä niin opettajat kuin vanhemmatkin ovat tehneet arvioinnin omasta subjektiivisesta näkökulmastaan. Toisaalta opettajat ovat oman alansa ammattilaisia ja ovat arvioineet oppilaiden osaamista Opetussuunnitelman perusteisiin verraten. Tietysti arviointiin vaikuttaa myös esim. luokan yleinen taso matematiikassa. Lasten vanhemmat ovat lapsiensä parhaita asiantuntijoita. Heitä ei pyydetty suoraan arvioimaan lastensa tarkkaavaisuutta numeerisesti, vaan numeerinen arvo on saatu yksittäiset väittämät ja niiden arvot yhdistämällä. Arkikielisten väittämien kautta oman

lapsen käyttäytymisen arviointi on varmasti luotettavampaa kuin suoraan numeroarvosan antaminen lapsen tarkkaavaisuuden tasosta.

Oppilaiden tuentarvetta kuvaavassa muuttujassa on huomioitu kaikki tuentarve, eikä matematiikassa tarvittua tukea ole erikseen eritelty. Tuentarpeen suuruus ja kohdentaminen voivat myös vaihdella. Tämän takia kyseisen muuttujan vaikutusta matemaattiseen minäkäsitykseen tulee tarkastella kriittisesti. Toisaalta useissa tapauksissa yksittäinen oppilas tarvitsee tukea useammassa oppiaineessa/asiassa ja onkin yleistä, että matematiikanoppimisvaikeudet päällekkäistyvät muiden oppimisen vaikeuksien kanssa. Jos tukea annetaan jossain muussa aineessa kuin matematiikassa, vaikka siihenkin olisi tarvetta, voivat oppilaan matematiikan taidot heiketä edelleen. Suomalaisessa koulujärjestelmässä peruseriaatteena toimii se, että tukea tarvitsevat myös saavat tukea.

7 TULOKSET

7.1 Minäkäsitys 3. ja 4. luokalla

Koko otoksessa oppilaiden matemaattisen minäkäsityksen keskiarvo laskee siirryttäessä 3. luokalta 4. luokalle (muutos = $-.18$). (TAULUKKO 2.) Ainoastaan matematiikan taidoiltaan 10:n -ryhmän keskiarvo nousee 3. luokalta 4. luokalla (muutos = $+.03$) siirryttäessä, mutta muutos ei ole tilastollisesti merkitsevä. Poikien matemaattinen minäkäsitys on molemmilla luokka-asteilla tyttöjen ($ero_{3lk} = .29$ ja $ero_{4lk} = .24$) sekä koko aineiston ($ero_{3lk} = .12$ ja $ero_{4lk} = .12$) matemaattisia minäkäsityksiä korkeampi. Erityisopetuksen oppilaiden matemaattinen minäkäsitys on heikompi kuin yleisopetuksen oppilailta. Samoin oppilailta, joilla on tarkkaavaisuuden pulmia, on matemaattinen minäkäsitys muita oppilaita heikompi. Tarkkaavaisuuspulman riskiryhmällä on kaikista alhaisin matemaattinen minäkäsitys verrattuna kahteen muuhun ryhmään. Matemaattisen minäkäsityksen keskiarvo 3. ja 4. luokalla nousee sitä mukaa mitä korkeampaan matematiikan osaamisen taitoluokkaan oppilas kuuluu. Matematiikan minäkäsityksen keskiarvot 3. luokalla vaihtelevat matematiikan osaamisenryhmissä 3,47–4,51 välillä ja 4. luokalla 3,20–4,54.

TAULUKKO 2. Matemaattisen minäkäsityksen keskiarvot ja keskihajonnat.

	Matemaattinen minäkäsitys 3. lk ka kh		Matemaattinen minäkäsitys 4. lk ka kh		t-arvo ja vapausasteet	p-arvo
Kaikki	4,08	.92	3,90	1,01	t(247) = 3,580	.000
Tytöt	3,93	.92	3,78	1,03	t(134) = 3,223	.002
Pojat	4,22	.89	4,02	.98	t(106) = 1,767	.080
Yleisopetuksen oppilaat	4,14	.86	4,02	.94	t(175) = 2,154	.033
Eriyisopetuksen oppilaat	3,90	1,04	3,62	1,13	t(53) = 2,159	.035
Ei tarkkaavaisuuspulmaa	4,19	.81	4,02	.94	t(194) = 3,447	.001
Riski-ryhmä	3,52	1,12	3,49	1,00	t(33) = .752	.457
Tarkkaavaisuuspulma	3,99	1,10	3,56	1,37	t(18) = .996	.332
Heikot oppilaat	3,47	1,11	3,20	1,18	t(39) = 1,836	.074
8:n oppilaat	3,93	.96	3,64	1,00	t(65) = 2,439	.017
9:n oppilaat	4,26	.76	4,12	.84	t(100) = 2,369	.020
10:n oppilaat	4,51	.66	4,54	.53	t(23) = .301	.766

Matemaattisten minäkäsitysten korrelaatio eri ryhmillä

3. ja 4. luokalla mitattujen matemaattisten minäkäsityksien välillä on voimakas yhteys ($r = .672$, $p = .000$). (TAULUKKO 3.) Poikien matemaattinen minäkäsitys ($r = .768$, $p = .000$) 3. luokalla korreloi huomattavasti voimakkaammin 4. luokan matemaattisen minäkäsityksen kanssa kuin tyttöjen ($r = .600$, $p = .000$). Tarkkaavaisuuden perusteella jaetuista ryhmistä oppilaiden, joilla on tarkkaavaisuuspulma, 3. ja 4. luokan minäkäsitykset korreloivat voimakkaimmin. Oppilaiden, joiden matematiikan osaamisen tasoksi opettajat olivat arvioineet arvosanalla 9, matemaattinen minäkäsitys kolmannella luokalla korreloi muita matematiikan osaamisen ryhmiä voimakkaammin neljännen luokan matemaattisen

minäkäsityksen kanssa. Kaikilla muilla ryhmillä paitsi matematiikan osaamisen 10:n oppilailta 3. ja 4. luokan matemaattiset minäkäsitykset korreloivat tilastollisesti merkitsevästi.

TAULUKKO 3. Oppilaiden 3. ja 4. luokan matemaattisten minäkäsityksien korrelaatio eri ryhmillä.

	Korrelaation voimakkuus
Kaikki	.672**
Tytöt	.600***
Pojat	.768***
Yleisopetuksen oppilaat	.675***
Erityisopetuksen oppilaat	.641***
Ei tarkkaavaisuuspulmaa	.616***
Riskiryhmä	.642***
Tarkkaavaisuuspulma	.863***
Heikot oppilaat	.609***
8:n oppilaat	.608***
9:n oppilaat	.656***
10:n oppilaat	.131

$p \leq .05 = *$, $p \leq .01 = **$, $p = .000 = ***$

7.2 Sukupuolen, matematiikan osaamisen, erityisopetuksen ja tarkkaavaisuuden yhteydet matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla

Sukupuoli, erityisopetus, tarkkaavaisuus ja matematiikan osaaminen ovat tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. luokkalaisilla. Matematiikan osaaminen 3. luokalla selittää muuttujista voimakkaimmin (12 %) matemaattista minäkäsitystä 3. luokalla. (TAULUKKO 4.) Post hoc -tarkastelussa selviää, että tarkkaavaisuuspulman riskiryhmän ja oppilaiden, joilla ei ole tarkkaavaisuuspulmaa välillä

on tilastollisesti erittäin merkitsevä ero ($p = .000$) 3. luokan matemaattisessa minäkäsityksessä. 9:n ja 10:n oppilaiden välillä ei ole tilastollisesti merkitsevää eroa 3. luokan matemaattisen minäkäsityksen suhteen. Kaikkien muiden matematiikan osaamisen perusteella jaettujen ryhmien välillä on tilastollisesti merkitsevä ero ($p < .05$).

Erityisopetus, tarkkaavaisuus ja matematiikan osaaminen 3. luokalla ovat tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 4. luokalla. (TAULUKKO 4.) Kuten edellä, matematiikan osaaminen selittää 4. luokan matemaattista minäkäsitystä muuttujista voimakkaimmin (17 %). Lisäksi erityisopetuksen ja tarkkaavaisuuden perusteella jaettujen ryhmien välillä on tilastollisesti merkitsevä ero 4. luokan matemaattisen minäkäsityksen suhteen. Dunnettin T3-testillä selviää, että tarkkaavaisuuspulman riskiryhmän ja oppilaiden, joilla ei ole tarkkaavaisuuspulmaa välillä on tilastollisesti merkitsevä ($p = .015$) ero 4. luokan matemaattisen minäkäsityksen suhteen. Ryhmien väliset 4. luokan matemaattisen minäkäsityksen erot olivat tilastollisesti merkitseviä heikkojen ja 9:n oppilaiden, heikkojen ja 10:n oppilaiden, 8:n ja 9:n oppilaiden, 8:n ja 10:n oppilaiden sekä 9:n ja 10:n oppilaiden ryhmien välillä ($p < .05$).

TAULUKKO 4. Sukupuolen, erityisopetuksen, tarkkaavaisuuden ja matematiikan osaamisen yhteys matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla.

	Matemaattinen minäkäsitys 3. luokalla				Matemaattinen minäkäsitys 4. luokalla			
	df	F-arvo	p	eta ²	df	F-arvo	p	eta ²
Sukupuoli	1,397	10,075	.002	.025	1,240	3,393	.067	.014
Erityisopetus	1,349	4,614	.013*	.013	1,230	6,874	.009*	.029
Tarkkaavaisuus	2,403	14,291	.000*	.066	2,248	5,649	.004*	.044
Matematiikan osaaminen 3. luokalla	3,361	16,103	.000*	.118	3,230	15,183	.000*	.165

* = varianssien yhtäsuuruusoletus ei ole voimassa ($p \leq .05$)

Kun matematiikan osaaminen kontrolloidaan ainoastaan sukupuoli ($F_{1,355} = 7,262$, $p = .007$) ja tarkkaavaisuus ($F_{(2,360)} = 8,419$, $p = .000$) ovat tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. luokalla. Mikään muuttujista ei ole tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä 4. luokan matemaattiseen minäkäsitykseen, kun matematiikan osaaminen 3. luokalla on kontrolloitu. (TAULUKKO 5.)

TAULUKKO 5. Sukupuolen, erityisopetuksen ja tarkkaavaisuuden yhteys matemaattisen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla kun matematiikan osaaminen 3. luokalla on kontrolloitu.

	Matemaattinen minäkäsitys 3. luokalla				Matemaattinen minäkäsitys 4. luokalla			
	df	F-arvo	p	eta ²	df	F-arvo	p	eta ²
Sukupuoli	1,355	7,262	.007	.020	1,222	2,492	.116	.011
Erityisopetus	1,319	.466	.495*	.001	1,212	.035	.852*	.000
Tarkkaavaisuus	2,360	8,419	.000*	.045	2,230	1,430	.241*	.012

* = varianssien yhtäsuuruusoletus ei ole voimassa ($p \leq .05$)

7.3 Matemaattisen minäkäsityksen muutos

Matemaattisen minäkäsityksen muutos on tilastollisesti merkitsevä siirryttäessä 3. luokalta 4. luokalle ($F_{1,247} = 12,819$, $p = .000$). (TAULUKKO 6.) Muutos on negatiivinen eli matemaattinen minäkäsitys laskee. Kaikilla ryhmillä matemaattisen minäkäsityksen keskiarvo laskee siirryttäessä 3. luokalta 4. luokalle paitsi matematiikan osaamiseltaan 10:n oppilaiden ryhmässä. Matemaattisen minäkäsityksen muutos on tilastollisesti merkitsevä ainoastaan tytöillä, yleisopetuksen ja erityisopetuksen oppilailta, oppilailta, joilla ei ole tarkkaavaisuuspulmaa sekä matematiikan osaamisen 8:n ja 9:n ryhmissä. Matemaattisen minäkäsityksen keskiarvo laskee ryhmistä, joissa on muutos on tilastollisesti merkitsevää, eniten tytöillä (ka muutos = .25), erityisopetuksen oppilailta (ka muutos = .27) ja matematiikan osaamisen 8:n ryhmässä (ka muutos = .29).

TAULUKKO 6. Matemaattisen minäkäsityksen muutos 3. luokalta 4. luokalle siirryttäessä koko aineistossa ja eri ryhmillä.

	ka 3. lk / 4. lk	ka muutos	F-arvo ja vapausasteet	p-arvo	eta ²
Kaikki	4,08 / 3,90	.18	F_{1,247} = 12,819	.000	.049
Tytöt	4,03 / 3,78	.25	F_{1,134} = 10,385	.002	.072
Pojat	4,14 / 4,02	.12	F _{1,106} = 3,123	.080	.029
Yleisopetuksen oppilaat	4,13 / 4,01	.12	F_{1,175} = 4,639	.033	.026
Eriyisopetuksen oppilaat	3,88 / 3,61	.27	F_{1,53} = 4,663	.035	.081
Ei tarkkaavaisuuspulmaa	4,19 / 4,02	.17	F_{1,194} = 11,883	.001	.058
Riski-ryhmä	3,52 / 3,49	.03	F _{1,33} = .565	.457	.017
Tarkkaavaisuuspulma	3,99 / 3,56	.43	F _{1,18} = .992	.332	.052
Heikot oppilaat	3,47 / 3,20	.27	F _{1,39} = 3,369	.074	.080
8:n oppilaat	3,93 / 3,64	.29	F_{1,65} = 5,949	.017	.084
9:n oppilaat	4,26 / 4,12	.14	F_{1,100} = 5,611	.020	.053
10: oppilaat	4,51 / 4,54	-.03	F _{1,23} = .091	.766	.004

Matematiikan osaaminen, erityisopetus ja tarkkaavaisuus selittävät matemaattisen minäkäsityksen muutosta (matemaattisen minäkäsityksen muutos 3. luokalta 4. luokalle siirryttäessä) tilastollisesti merkitsevästi. (TAULUKKO 7.) Matematiikan osaaminen 3. luokalla selittää minäkäsityksen muutosta tekijöistä eniten (18,4 %). Dunnettin T3-testin mukaan oppilailta, joilla ei ole tarkkaavaisuuspulmaa, ja riskiryhmän oppilaiden välillä on ($p = .007$) tilastollisesti merkitsevä ero matemaattisen minäkäsityksen muutoksessa. Vastaavasti matematiikan osaamisen 8:n ja heikkojen oppilaiden välillä ($p = .107$) ei ole tilastollisesti merkitsevää eroa matemaattisen minäkäsityksen muutoksessa. Kaikkien muiden matematiikan osaamisen ryhmien välillä on tilastollisesti merkitsevä ero ($p \leq .01$). Kun matematiikan osaaminen 3. luokalla on kontrolloitu, ainoastaan tarkkaavaisuus selittää tilastollisesti merkitsevästi matemaattisen minäkäsityksen muutosta. Tarkkaavaisuuden selitysosuus matemaattisen minäkäsityksen muutokseen pienenee, kun matematiikan osaaminen on kontrolloituna.

TAULUKKO 7. Sukupuolen, erityisopetuksen, tarkkaavaisuuden ja matematiikan osaamisen yhteys matemaattisen minäkäsityksen muutokseen.

	Kun matematiikan osaaminen 3. luokalla ei ole kontrolloitu				Kun matematiikan osaaminen 3. luokalla on kontrolloitu			
	df	F-arvo	p	eta ²	df	F-arvo	p	eta ²
Sukupuoli	1,240	2,348	.127*	.010	1,222	1,589	.209*	.007
Erityisopetus	1,228	5,670	.018*	.024	1,210	.520	.472*	.002
Tarkkaavaisuus	2,245	8,645	.000*	.066	2,227	3,689	.026*	.031
Matematiikan osaaminen 3.luokalla	3,227	17,103	.000*	.184				

* = sfäärisysehto ei toteudu ($p \leq .05$)

8 TULOSTEN YHTEENVETO

8.1 Minäkäsitys 3. ja 4. luokalla

Kuten monessa muussa tutkimuksessa (vrt. Tikkanen 2008; Muzzatti & Agnoli 2007; Pajares & Miller 1994) myös tässä tutkimuksessa tyttöjen matemaattinen minäkäsitys osoittautui poikien vastaavaa alhaisemmaksi 3. ja 4. luokalla. Oppilaiden, jotka saivat erityisopetusta, matemaattinen minäkäsitys oli yleisopetuksen oppilaiden minäkäsitykseen verrattuna alhaisempi molemmilla luokilla. 3. ja 4. luokan oppilaille, joilla oli tarkkaavaisuuden pulma, oli muita oppilaita heikompi matemaattinen minäkäsitys. Tarkkaavaisuuden perusteella jaetuista ryhmistä alhaisin matemaattinen minäkäsitys oli molemmilla luokka-asteilla oppilaille, jotka olivat tarkkaavaisuuspulman riskiryhmässä. Mitä korkeammassa matematiikan osaamisen ryhmässä oppilaat olivat, sitä korkeampi oli myös heidän matemaattisen minäkäsityksen keskiarvo. Kaikkein heikoimmat matemaattiset minäkäsitykset olivat tarkkaavaisuuden riskiryhmän ja matematiikan osaamiseltaan heikoilla oppilaille niin 3. kuin 4. luokalla.

Edelleen vallitsee jossain määrin käsitys siitä, että matematiikka olisi enemmän poikien kuin tyttöjen vahvuus. Pojat valitsevat tyttöjä enemmän matematiikan kursseja lukioissa sekä hakeutuvat matemaattisille aloille tyttöjä useammin. Useissa tutkimuksissa on todettu, että poikien matemaattinen minäkäsitys on tyttöjä korkeampi, mutta matematiikan osaamisessa ei löydy vastaavia eroja. (Hannula, Kupari, Pehkonen, Räsänen & Soro 2004, 170.) Tämän tutkimuksen tulokset ovat linjassa aikaisempien tutkimuksien (Kupari ym. 2013, 59; Tikkanen 2008; Muzzatti & Agnoli 2007; Linnanmäki 2004; Pajares & Miller 1994) kanssa, joiden mukaan tyttöjen matemaattinen minäkäsitys on poikien minäkäsitystä alhaisempi.

Matemaattinen minäkäsitys on heikoin niillä oppilailla, joilla on heikoimmat taidot matematiikassa (Linnanmäki 2004) tai niillä, joilla on oppimisvaikeuksia (Nunez ym. 2005). Oppilaiden, jotka saavat erityisopetusta, selvästi muita heikompi matemaattinen minäkäsitys 3. ja 4. luokalla ei ollut yllättävä tulos. Vihtalahden pro gradu -tutkielmassa (2011, 36–39) osa-aikaiseen erityisopetukseen osallistuminen vaikutti myönteisesti 6. luokkalaisten matemaattiseen minäkäsitykseen, mutta osa-aikaista erityisopetusta saaneiden oppilaiden matemaattinen minäkäsitys oli kuitenkin muita oppilaita heikompi. Vihtalahden tutkielma on osa ISKE-tutkimushanketta, johon myös oma pro gradu -tutkielmani liittyy. Tutkimustemme perusteella voidaankin pohtia laskisiko erityisopetusta saavien oppilaiden matemaattinen minäkäsitys entisestään, jos erityisopetusta ei olisi saatavilla?

Tarkkaavaisuuspulma voi vaikeuttaa oppilaan matematiikan oppimista ja näin vaikuttaa matematiikan osaamiseen (mm. McConaughy ym. 2011; Gremillion & Martel 2012; Zental ym. 1994). Matematiikan osaamisella taas on vahva yhteys matemaattiseen minäkäsitykseen. Tutkimuksessani oppilailta, joilla oli tarkkaavaisuuspulma, oli muita heikompi matemaattinen minäkäsitys. Aikaisemmin tutkimuksissa on tutkittu tarkkaavaisuuspulman vaikutusta yleiseen ja akateemiseen minäkäsitykseen. Osassa tutkimuksissa lapsilla, joilla on ollut tarkkaavaisuuspulma, akateeminen minäkäsitys on ollut muita heikompi (Treuting & Hishaw 2001; Ialong ym. 1994) ja osassa eri ryhmien välillä ei ole havaittu eroa (mm. Owens & Hoza 2003; Greshman ym. 1998).

8.2 Sukupuolen, matematiikan osaamisen, erityisopetuksen ja tarkkaavaisuuden yhteydet matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla

Sukupuoli, erityisopetus, tarkkaavaisuus ja matematiikan osaaminen olivat tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen 3. luokalla. Sukupuoli ei ollut enää tilastollisesti merkitsevä selittäjä 4. luokalla. Molemmilla luokilla matematiikan osaaminen 3. luokalla selitti matemaattista minäkäsitystä muuttujista eniten (12 % ja 17 %). Myös tämän tutkimuskysymyksen kohdalla tarkkaavaisuuden riskiryhmän oppilaat erottuivat muista, sillä heidän ja oppilaiden, joilla ei ole tarkkaavaisuuden pulmaa, välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero. Vastaavia eroja löytyi myös osalta matematiikan osaamisen perusteella jaettujen ryhmien väliltä.

Sukupuolen, erityisopetuksen ja tarkkaavaisuuden selitysosuudet muuttuivat, kun matematiikan osaaminen kontrolloitiin. Muuttujien ja matemaattisen minäkäsityksen välinen yhteys heikkeni tai ei ollut enää tilastollisesti merkitsevä. Tarkkaavaisuus ja sukupuoli olivat tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä 3. luokan oppilaiden matemaattiseen minäkäsitykseen, vaikka matematiikan osaaminen oli kontrolloitu. 4. luokalla mikään muuttujista ei ollut tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä, kun matematiikan osaaminen kontrolloitiin. Nämä tulokset vahvistavat näkemystä siitä, että aineistossani matematiikan osaaminen selittää matemaattista minäkäsitystä vahvasti. Matematiikan osaamisen ja matemaattisen minäkäsityksen vahva yhteys on havaittu myös mm. Linnanmäen (2004), Chenin ym. (2013), Möller ym. (2011), Valentininen ym. (2004) ja Guay ym. (2003) tutkimuksissa.

Tarkkaavaisuuden yhteyttä matemaattiseen minäkäsitykseen ei ole juurikaan tutkittu. Tutkimukseni tulosten mukaan tarkkaavaisuus selitti tilastollisesti merkitsevästi matemaattista minäkäsitystä. Tosin tarkkaavaisuuden selitysosuudet olivat varsin pienet (3. luokalla 6,6 % ja 4. luokalla 4,4 %). On kuitenkin merkittävää huomata, että tarkkaavaisuus selitti matemaattista minäkäsitystä toiseksi voimakkaimmin heti matematiikan osaamisen jälkeen. Tarkkaavaisuus säilyi tilastollisesti merkitsevänä selittäjänä 3. luokan matemaattiselle minäkäsitykselle, vaikka matematiikan osaaminen kontrolloitiin.

8.3 Matemaattisen minäkäsityksen muutos

Koko aineistossa matemaattinen minäkäsitys laski tilastollisesti merkitsevästi 3. luokalta 4. luokalle siirryttäessä. Ainoastaan 10:n matematiikan osaamisen ryhmässä matemaattisen minäkäsityksen keskiarvo ei laskenut. Muutos oli tilastollisesti merkitsevä tyttöillä, yleisopetuksen ja erityisopetuksen oppilailta, oppilailta, joilla ei ole tarkkaavaisuuspulmaa sekä matematiikan osaamisen 8:n ja 9:n osaamisenryhmissä. Matematiikan osaaminen, erityisopetus ja tarkkaavaisuus selittivät matemaattisen minäkäsityksen muutosta tilastollisesti merkitsevästi. Kun matematiikan osaaminen 3. luokalla oli kontrolloitu, ainoastaan tarkkaavaisuus selitti tilastollisesti merkitsevästi matemaattisen minäkäsityksen muutosta.

Metsämuurosen (2010) ja Muzzattin ja Agnolin (2007) tutkimuksissa oppilaiden matemaattinen minäkäsitys laski iän myötä. Toisaalta Zeleken (2004) meta-analyysissä ei havaittu vastaavaa. Omassa tutkimuksessani minäkäsityksen lasku oli tilastollisesti merkitsevä osalla ryhmistä ja koko aineistossa. Guay ym. (2003) ja Linnanmäki (2004) selittävät matemaattisen minäkäsityksen laskua sen realisoitumisen kautta. Heidän tutkimuksissaan matematiikan osaamisen ja matemaattisen minäkäsityksen välinen yhteys muuttui voimakkaammaksi iän myötä. Teorian mukaan oppilaiden matemaattisen minäkäsityksen laskua selittyy matematiikan osaamisen laskulla. Tutkimuksessani matematiikan osaaminen selittää muuttujista voimakkaimmin matemaattisen minäkäsityksen muutosta. Tulos tukee teoriaa siitä, että matematiikan osaaminen liittyy vahvasti matemaattisen minäkäsityksen muutoksiin.

Matematiikan osaamisen arviointi muuttuu oppilaiden vanhetessa. Mitä vanhemmista oppilaista on kyse, sitä enemmän heidän arvioinnissaan käytetään numeroita. Jo yhden lukuvuoden aikana (siirtymä 3. luokalta 4. luokalle) oppilaiden matemaattisen minäkäsityksen lasku oli tilastollisesti merkitsevää tutkimuksessani. Yhden lukuvuoden aikana oppilaiden arviointi tuskin muuttuu niin merkittävästi, että vain arvioinnin muutos selittäisi matemaattisen minäkäsityksen laskun. Näin lyhyellä aikavälillä tapahtuva lasku herättää erityisen paljon huolta. Kuinka matemaattisen minäkäsityksen laskua voitaisiin estää? Tutkimuksessani ainoastaan matematiikkaa kaikkein parhaiten osaavien oppilaiden ryhmässä minäkäsitys nousi hyvin vähän (muutos = 0,03), mutta ei tilastollisesti merkitsevästi. Onko ainoastaan todella hyvä matematiikan osaaminen matemaattisen minäkäsityksen laskua estävä tekijä?

Tutkimukseni tulokset osoittavat, että matematiikan osaaminen vaikuttaa hyvin merkittävästi niin matemaattiseen minäkäsitykseen 3. ja 4. luokalla kuin sen muutokseenkin. Tämän yhteyden lisäksi tarkkaavaisuus nousee merkittäväksi tekijäksi niin tämän tutkimuskysymyksen kuin aikaisempienkin kohdalla. Tarkkaavaisuus säilyi matemaattisen minäkäsityksen muutoksen selittäjänä vielä silloinkin kun matematiikan osaaminen oli kontrolloitu. Oppilaat, joilla ei ollut tarkkaavaisuuspulmaa ja riskiryhmän välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero matemaattisen minäkäsityksen muutoksen suhteen. Samojen ryhmien välillä oli ero myös 3. ja 4. luokan matemaattisen minäkäsityksen suhteen.

9 POHDINTA

Tutkimukseni aihe on äärimmäisen ajankohtainen, sillä joulukuun 2013 alussa julkaistut PISA12-tutkimuksen tulokset (Kupari ym. 2013, 28–29) kertoivat suomalaisten oppilaiden matematiikan taitojen laskusta. Kuten teoriassa ja tutkimukseni tuloksista ilmenee, matematiikan osaaminen ja matemaattinen minäkäsitys ovat voimakkaassa yhteydessä toisiinsa. Kun tarkastellaan matematiikan osaamista, ei voida unohtaa matemaattisen minäkäsityksen merkitystä. Viime vuosina on noussut huoli oppilaiden huonosta kouluviihtyvyydestä ja koulunkäyntiin liittyvien asenteiden muutoksesta. Nyt onkin aika pohtia millä tavalla oppilaiden huono viihtyminen koulussa ja koulun etäännyminen kauemmaksi nuorten maailmasta vaikuttavat oppimistuloksiin. Jokaisen kasvatusalan ammattilaisen tuleekin arvioida omaa toimintaansa koulumaailmassa. Kuinka yksittäisenä opettajana voi vaikuttaa oppilaiden motivaatioon, kouluviihtyvyyteen, minäkäsitykseen ja sitä kautta myös osaamisen kehittymiseen positiivisesti? Entä millä tavoin koko koulun tai kaupungin tasolla voidaan huomioida matemaattinen minäkäsitys?

Tutkijat eivät ole yksimielisiä siitä, miksi sukupuolien välillä on eroa matemaattisessa minäkäsityksessä. On ollut paljon keskustelua siitä, kuinka yhteiskunta välittää lapsille arvoja. Puhutaan piilo-opetussuunnitelmasta, joka näkyy kouluissa sukupuolen mukaan jaettuina työtehtävinä sekä oppimateriaaleissa, joissa sukupuoliroolit ovat esitetty stereotyyppisesti (Hannula ym. 2004, 188). Muzzattin ja Agnolin (2007, 757) tutkimuksessa osoitettiin, että tyttöjen matematiikan osaamiseen voidaan vaikuttaa negatiivisesti altistamalla heidät opetukselle, joka osoittaa matematiikan olevan miesten alaa. Voidaan myös olettaa, että samanlaisella ”manipuloinnilla” voidaan vaikuttaa minäkäsitykseen. Tässä vanhemmat ja opettajat astuvat merkittävään rooliin. Jo muutamat stereotyyppisiä

sukupuolirooleja vahvistavat lauseet (esim. matematiikka vaatii loogista päättelykykyä, joka on luonnollisesti parempi pojilla) voivat vaikuttaa lasten minäkäsitykseen.

Hannula ym. (2004, 190) toteavat, että yhteiskuntamme kehittyi koko ajan tasa-arvoisempaan suuntaan, mutta edelleen stereotyyppisiä sukupuolirooleja välitetään sosiaalistamisprosessien kautta: millaista toimintaa tuetaan ja vahvistetaan sekä mihin toimintaan puututaan. On mielenkiintoista seurata kuinka kauan yhteiskunnassamme elää käsitys poikien paremmuudesta matematiikan alalla. PISA12-raportissa arvellaan, että ajattelutapa poikien paremmuudesta on jo murtumassa, sillä ensimmäistä kertaa Suomen PISA-historiassa tytöt ohittivat matematiikan osaamisessa pojat (Kupari ym. 2013, 33–36). Näinkin laajan ja julkisesti huomioitun tutkimuksen tulosten jälkeen on hyvin vaikea perustella poikien paremmuutta matematiikassa. Tulokset vaikuttavat varmasti positiivisesti tyttöjen matemaattiseen minäkäsitykseen. Toivottavasti matematiikan opettajat osaavat tukea PISA-tulosten valossa erityisesti tyttöjen matemaattista minäkäsitystä.

Matematiikan osaamisen vahva yhteys matemaattiseen minäkäsitykseen tulee esille jokaisen tutkimuskysymyksen kohdalla tutkimuksessani. Tulos asettaa oppilaiden matematiikan taidot äärimmäisen merkitykselliseen asemaan. Uusimpien PISA-tuloksien mukaan suomalaisten nuorten matematiikan osaaminen on heikentynyt huomattavasti ja tilastollisesti merkitsevästi verrattuna vuoden 2003 PISA-tuloksiin (Kupari ym. 2013, 28–29). Suomalaista matematiikan opetusta on kritisoitu usein mekaanisten laskutaitojen korostamisesta ja matematiikan ymmärtämisen opettamisen unohtamisesta. Jo alkuopetuksessa matematiikan opetus on usein kirjasidonnaista ja laskutoimitusten drilliharjoittelua. Jos matematiikan ymmärtämisen ja soveltamisen taidot jäävät puutteellisiksi jo alkuopetuksessa, on niitä hyvin vaikea korjata myöhemmin, sillä oppisisällöt vain laajenevat vuosi vuodelta. Toisaalta tuntuu järjettömälle yrittää opettaa oppilaille entistä haastavampia matematiikan asioita, jos jo perustaidot kuten lukujonotaidot ja kymmenjärjestelmän todellinen hallinta ovat puutteellisia. Matematiikan erityisopetusta antaessa voikin usein kohdata oppilaita, joiden ongelmien päälle joudutaan ajan puutteessa laittamaan vain laastari, vaikka tilanne vaatisi perusteellista perustaitojen harjoittelua. Matematiikan ymmärtämättömyydellä ei voi olla ainakaan positiivista vaikutusta oppilaiden matemaattiseen minäkäsitykseen.

Tutkimuksessani mukana olleet muuttajat (matematiikan osaaminen, sukupuoli, erityisopetus ja tarkkaavaisuus) eivät ole ainoita matemaattisen minäkäsityksen selittäjiä, sillä muuttajat selittivät vain melko pieniä osuuksia matemaattisesta minäkäsityksestä 3. ja 4. luokkalaisilla oppilaille ja sen muutoksesta. Minäkäsitys rakentuu mm. ulkoisen ja sisäisen vertailun kautta. Vertailuun käytettävä informaatio voi tulla hyvin monesta lähteestä. Korpinen (1988) ja Tikkanen (2008) korostavat opettajan monipuolista merkitystä oppilaiden matemaattiseen minäkäsitykseen. Opettajan antaman palautteen lisäksi hänen asettamat odotukset ja yleinen ilmapiiri ovat merkityksellisiä tekijöitä. Tutkimuksessani on vain hyvin suppea joukko muuttujia ja erityisesti opettajan rooli on huomioitu vain yhdeltä kannalta. Sisäisen ja ulkoisen vertailun mallin laajempi soveltaminen tuloksiin olisi mahdollista, jos oppilaiden luokkatovereiden menestymisestä ja oppilaiden menestymisestä muissa aineissa tiedettäisiin enemmän.

Myös matematiikan oppimiseen vaikuttavan matematiikkakuvan laajempi tarkastelu ei ole sisällytettyä tutkimukseeni. Matemaattinen minäkäsitys liittyy matematiikkakuvaan varsinkin motivaation ja asenteiden kautta. Tieto, uskomukset, asenteet, tunteet ja motivaatio ovat yhteydessä matematiikan oppimiseen (Huhtala & Laine 2004). On hyvin todennäköistä, että esimerkiksi oppilaiden motivaatiota kohottavat toimet luokassa johtavat myös matemaattisen minäkäsityksen kehittymiseen. Samalla tavalla myös tietopohjan laajentaminen ja matemaattisten ilmiöiden ymmärtäminen vaikuttavat positiivisesti matemaattiseen minäkäsitykseen. Opettajien roolin haastavuutta lisää matematiikan oppimiseen vaikuttavien tekijöiden laajuus ja monimutkaisuus. Näiden tekijöiden tunteminen on välttämätöntä, jotta matematiikan opetus ei ajautuisi pelkäsi drilliharjoitteluksi, vaan siinä huomioitaisiin myös oppilaiden minäkäsityksen kehittyminen ja affektiivisten sekä konatiivisten tekijöiden vaikutus.

Linnanmäki (2004, 253) pitää jokaisen opettajan velvollisuutena pyrkiä järjestelmällisesti opetuksessaan kehittämään oppilaiden minäkäsitystä positiiviseen suuntaan. Yksi merkittävimmistä keinoista tavoitteen saavuttamiseksi on onnistumisen kokemusten tarjoaminen. Erityisesti heikoimmille oppilaille onnistumisen kokemukset ovat äärimmäisen tärkeitä positiivisen minäkäsityksen kehittämisessä. Toiseksi oppilaiden tulisi saada myönteistä palautetta niin opettajilta kuin muilta luokkalaisilta. Myös opettajilla positiivisen palautteenantaminen voi vaatia harjoittelua. Positiivisen palautteen antaminen voi helposti unohtua hektisessä arjessa. Luokkalaisilta saatavaa palautetta voidaan lisätä mm. pari- ja

ryhmätyöskentelymuotoja käyttämällä. Tietysti oppilaat tarvitsevat palautteen antamiseen sekä vastaanottamiseen harjoitusta ja tukea, sillä kaikille myönteisen palautteen antaminen ei välttämättä tule luontaisesti tai ole opittu jo kotona. Oppilaiden tulisi nähdä omat onnistumisen kokemukset omista taidoista johtuvina. Tätä näkemystä voivat vesittää niin opettajan kuin muidenkin kommentit tehtävän helppoudesta tai tuurin vaikuttamisesta onnistumiseen.

Matemaattisen minäkäsityksen rakentumiseen sekä affektiivisiin ja konatiivisiin tekijöihin voidaan vaikuttaa myös arvioinnilla. Esim. kertotaulukokeiden tulostaulu luokan seinällä ja kolmen virheettömän kokeen perättäin saamisen välttämättömyys voivat aiheuttaa oppilaisissa hyvinkin vahvoja tunteita. Arvioinnin aikaansaama paine voi muuttua jopa peloksi ja ahdistukseksi. Perinteisen numeroarvioinnin lisäksi tai sijaan voitaisiin käyttää sanallista-, vertais- ja itsearviointia tai arviointia voitaisiin kohdistaa enemmän oppilaan työskentelyyn, asenteeseen sekä edistymiseen. Tässä tutkimuksessa matematiikan osaaminen oli opettajien arvioima, eikä voida tietää kuinka vahvasti oppilaat jakavat opettajan näkemyksen omasta osaamisestaan.

Opettajan tulisi huomioida myös hänen omat kokemuksensa matematiikasta ja tarkastella omaa matemaattista minäkäsitystään (Tikkanen 2008; Korpinen 1988). Opettajien oma matemaattinen minäkäsitys heijastuu hänen opetukseensa opetusmetodien valinnan kautta sekä on osana muovaamassa luokan ilmapiiriä. Hyvin opettajajohtoiset opetusmenetelmät sopivat parhaiten oppilaille, joilla ei ole tarkkaavaisuuden pulmaa, ja jotka pitävät hiljaisesta yksin työskentelystä. Kaikki oppilaat eivät ole tällaisia, jolloin he voivat kokea matematiikan tunnit heille sopimattomina ja suhtautua matematiikan opiskeluun negatiivisesti. Runsas havaintomateriaalien käyttö sekä opetuksen sitominen konkreettisuuteen ja käytäntöön vahvistavat kaikkien oppilaiden ymmärrystä sekä monipuolistaa opetusta.

Tarkkaavaisuus on tutkimukseni tulosten mukaan tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä niin matemaattiseen minäkäsitykseen kuin sen muutokseenkin. Tulokset vaativat tarkkaavaisuuspulmien parempaa huomioonottamista matematiikan oppitunneilla. Toiminnallisesti matematiikkaa opettaessa on helpompi huomioida myös ne oppilaat, joilla on tarkkaavaisuuden pulmaa. Toiminnallisen matematiikan opiskelun kautta oppitunnit sisältävät aina liikettä ja tekemistä, joiden puuttuminen voi tehdä matematiikan oppitunnit oppilaille, joilla on tarkkaavaisuuden pulmaa, hyvinkin piinallisiksi. Tutkimukseni tulokset

nostavatkin tarkkaavaisuuden ja sen ongelmien huomioimisen merkitykselliseksi matematiikan opetuksessa. Uskon, että koko opetustapaa toiminnallisempaan suuntaan muuttamalla myös tarkkaavaisuuspulman riskiryhmän oppilaiden tarpeet tulisivat paremmin huomioituiksi.

Toiminnallisen matematiikan lisäksi opettajat voivat helpottaa oppilaiden, joilla on tarkkaavaisuuspulma, oppimista monilla pienillä muutoksilla opetuksessaan. Tarkkaavaisuuspulma voi vaikeuttaa mm. pitkien ohjeiden noudattamista, moniosaisen tehtävien loppuun saattamista, siirtymistä eri tehtävien välillä sekä erityistä tarkkuutta vaativien tehtävien hallintaa. Antamalla yhden ohjeen ja tehtävän kerrallaan, laittamalla ohjeet kaikkien nähtäville, yksinkertaistamalla tehtävänantoa sekä antamalla vain kyseiseen tehtävään tarvittavat välineet kerrallaan voi opettaja helpottaa ja nopeuttaa oppilaiden, joilla on tarkkaavaisuuspulma, työskentelyä matematiikan oppitunneilla.

Tutkimuksessani tuli yllätyksenä tarkkaavaisuuspulman riskiryhmän oppilaiden esiin nouseminen heikon matemaattisen minäkäsityksen suhteen. Lisäksi ryhmä erottui oppilaista, joilla ei ole tarkkaavaisuuspulmaa, tilastollisesti merkitsevästi niin 3. ja 4. luokan matemaattisen minäkäsityksen kuin myös matemaattisen minäkäsityksen muutoksen suhteen. Kyseisen ryhmän erottuminen muista ryhmistä voi selittyä sillä, että ryhmän oppilaat eivät saa tarpeeksi tukea oppimiseensa. Ehkä heidän haasteet luokassa näkyvät vain ajoittain ja ne, joilla tarkkaavaisuuden pulma näkyy vahvemmin, vievät kaiken huomion. Voi myös olla, että ainoastaan oppilaat, joiden tarkkaavaisuuspulmaan kuuluu ylivilkkautta, ovat ne jotka vievät opettajan huomion ja saavat tarvittavan tuen. On myös mahdollista, että oppilaat joilla on tarkkaavaisuuden pulmia, saavat tukea opettajalta, mutta tuki ei kohdistu juuri matematiikan oppimiseen vaan johonkin muuhun. Toisaalta tutkimuksessani riskiryhmään (15,1 %) sijoittui myös niitä oppilaita, jotka 10 prosentin katkaisurajan mukaan sijoittuisivat oppilaisiin, joilla on tarkkaavaisuuspulma. Varsinaiseen tarkkaavaisuuspulmaryhmään sijoittui vain 8,7 prosenttia oppilaista. Oppilaiden jakaminen ryhmiin täysin katkaisurajan mukaisesti oli mahdotonta, sillä saman numeerisen arvon (esim. 2,6) saaneita oppilaita ei voi sijoittaa kahteen eri ryhmään vaikka katkaisuraja olisikin heidän kohdallaan. Tällä voi olla vaikutusta tutkimukseni tuloksiin.

Erityisopetus oli tilastollisesti merkitsevässä yhteydessä 3. luokan matemaattiseen minäkäsitykseen, sekä matemaattisessa minäkäsityksessä tapahtuvaan muutokseen ennen matematiikan osaamisen kontrollointia. Tutkimukseni mukaan erityisopetusta saavien oppilaiden matemaattinen minäkäsitys oli muita oppilaita heikompi. Yhtenä selityksenä erityisopetusta saavien oppilaiden heikompaan matemaattiseen minäkäsitykseen voi olla Big Fish Little Pond -efekti. Efektin perusajatuksena on se, että samalla oppilaalla on erilainen minäkäsitys eritasoisissa luokissa. Korkean taitotason luokassa oppilaan minäkäsitys laskee, vaikka hän olisikin hyvä kyseisessä oppiaineessa, muiden ollessa kuitenkin häntä parempia. Heikompien luokassa efektillä olisi saman oppilaan minäkäsitykselle päinvastainen vaikutus. (Ks. Parker ym. 2013; Nagengaste & Marsh 2012; Marsh ym. 2008.)

Päädyin yhdistämään erityistä ja tehostettua tukea saavat oppilaat yhdeksi luokaksi, jotta sain kaksi tarpeeksi suurta luokkaa (toinen luokka: yleisen tuen oppilaat). Suurin osa erityisopetusta saavien ryhmästä oli oppilaita, jotka saivat osa-aikaista erityisopetusta. Tämä tarkoittaa sitä, että suurin osa erityisopetusta saaneista oppilaista käytti ulkoisen vertailun lähteenä myös niitä oppilaita, jotka olivat yleisessä tuessa ja oletettavasti myös matematiikan osaamiseltaan erityisopetusta saavia oppilaita taitavimpia. On oletettavaa, että osa-aikaisessa erityisopetuksessa saa erityisen paljon positiivista palautetta ja kannustusta jo vähäisen oppilasmäärän takia. Se ei kuitenkaan tutkimukseni tulosten mukaan riittänyt vahvistamaan oppilaiden matemaattista minäkäsitystä niin paljon, että muiden ja erityisopetusta saavien oppilaiden matemaattiset minäkäsitykset eivät eroaisi toisistaan.

Koulujen, kuntien ja kaupunkien tasolla tulisi miettiä millaisilla tavoilla erityisopetusta voidaan järjestää. Matemaattisen minäkäsityksen rakentumista ainoastaan ulkoisen vertailun kautta pohtiessa, voi osa-aikainen erityisopetus näyttää kaikkein huonoimmalle vaihtoehdolle. Oppilas peilaa omaa osaamistaan muun luokan osaamiseen sekä saa myös informaatiota omasta osaamisestaan suhteessa muihin valikoituessaan luokaltaan erityisopetuksessa käyväksi. Osa-aikaisen erityisopetuksen mahdollinen leimaavuus voi vaikuttaa merkittävästi oppilaiden minäkäsitykseen. Erityisopetuksen leimaavuus ei ole automaattinen fakta, vaan siihen vaikuttaa koko koulun suhtautuminen erityisopetukseen ja oppilaiden erilaisuuteen.

Erilaisia yhteisopettajuuden muotoja hyödyntämällä erityisopetusta tarvitsevien oppilaiden mahdollista leimaantumista voitaisiin estää. Esimerkiksi useamman luokanopettajan ja yhden erityisopettajan muodostamassa opettajatiimissä oppilaita voitaisiin jakaa monenlaisiin kokoonpanoihin eri perustein eri oppiaineissa edelleen säilyttäen heterogeeniset kotiluokat. Aina jakoperusteena ei tulisi olla osaamisen taso vaan perusteina voi olla esimerkiksi erilaiset oppimistyyliä ja välillä oppilaat voisivat myös itse osallistua ryhmien valintaa. Koulu voi osoittaa erilaisuuden hyväksymistä ja kaikkien yksilöiden erilaisuuden korostamista huomioimalla erilaiset oppimistyyliä ja -tavat päivittäisessä toiminnassaan.

Tasoryhmien lisääntyminen perusopetuksessa on otettu vastaan ristiriitaisesti. Tasoryhmät nähdään yhtenä eriyttämisen keinona yhtenäisessä peruskoulussa. Toisaalta pelkona voi olla, että tasoryhmät johtavat lopulta eriarvoiseen koulujärjestelmään, jossa heikommissa tasoryhmissä opiskelevat oppilaat jäävät korkeakoulutuksen ulkopuolelle automaattisesti tai tasoryhmät laajenevat koskemaan kokonaisia kouluja lisäten koulujen välistä eriarvoisuutta. Matemaattisen minäkäsityksen näkökulmasta tasoryhmiä voidaan tarkastella Big Fish Little Pond -efektin kautta. Taitotasoltaan lahjakkaat oppilaat eivät teorian mukaan hyötyisi tasoryhmistä, sillä he vertaisivat omaa suoriutumistaan muihin lahjakkaisiin ollen näin oletettavasti ryhmän keskitasoa. Jos lahjakkaat oppilaat opiskelisivat heikompien tasoryhmässä, olisi sillä positiivinen vaikutus heidän matemaattiseen minäkäsitykseensä, sillä he olisivat selkeästi muita parempia matematiikassa. Toisaalta yhteyttä ei voida pitää näin suoranaishana, sillä voi olla, että lahjakkaat opiskelijat kokisivat turhautumista ja motivaation hiipumista heikkojen ryhmässä puuttuvien haasteiden takia, mikä voisi omalta osaltaan johtaa niin osaamisen kuin minäkäsityksenkin heikkenemiseen. Yksilötasolla oppilas olisi kaikkein parhaimmassa ryhmässä teorian mukaan silloin, kun hän olisi tasoryhmänsä parhaimmistoa. Ulkoisen vertailun teorian mukaan tasoryhmät voisivat tuoda helpotusta heikkoimpien oppilaiden asemaan, sillä ero ryhmän taitavimpiin ei olisi niin suuri kuin hyvin heterogeenisissä luokissa.

Matemaattisen minäkäsityksen tukeminen tulisi huomioida myös opetussuunnitelmissa. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004, 264) mainitaan oppilaan itsearvioinnin yhtenä tavoitteena positiivisen minäkuvan kehittäminen. Käsitettä minäkäsitys ei mainita lainkaan. Minäkäsityksen merkitykseen oppimisprosessissa kiinnitettäisiin varmasti enemmän huomiota, jos sen vahvistaminen mainittaisiin

oppiaineiden tavoitteena opetussuunnitelmassa. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden täydentämisen jälkeen matemaattisen minäkäsityksen huomioiminen myös opettajien koulutuksessa pystyttäisiin ottamaan paremmin huomioon. Erityisesti aineenopettajan koulutuksessa oman oppiaineen hallinta painottuu luonnollisesti esimerkiksi luokanopettajien koulutukseen verrattaessa. Näen kuitenkin, että erityisesti aineenopettajilla tulisi olla enemmän keinoja vahvistaa oppilaiden matemaattista minäkäsitystä ja tietoisuutta sen merkityksestä oppimisprosessille. Tämä sen takia, että oppilaiden matemaattinen minäkäsitys laskee tutkimusten mukaan oppilaiden vanhetessa eli oppilaiden siirtyessä yhä enemmän aineenopettajien opetukseen.

9.1 Jatkotutkimusaiheita

Tutkimukseni kautta päästään kurkistamaan vain yhdestä näkökulmasta matemaattiseen minäkäsitykseen ja siihen vaikuttaviin seikkoihin. Matemaattista minäkäsitystä voidaan tutkia monesta eri näkökulmasta ja niin tulisikin tehdä. Matemaattinen minäkäsitys ja minäkäsityksen muut osa-alueet ovat asioita, joita ei voida sivuuttaa tarkastellessa lastemme hyvinvointia ja oppimisprosesseja. Matematiikan osaamisen ja matemaattisen minäkäsityksen tärkeys on nostettu esille myös uusimpien PISA-tulosten myötä. Seuraavaksi esittelen mahdollisia jatkotutkimusaiheita.

Tutkimuksessani matematiikan osaaminen nousi selkeästi suurimmaksi matemaattisen minäkäsityksen ja sen muutoksen selittäjäksi. Tutkimukseni tuloksista ei voi tulkita, mitkä kaikki muut asiat voivat vaikuttaa matemaattiseen minäkäsitykseen. Erityisesti erilaisten arviointi- ja palautteenantamisen tapojen vaikutusta tulisi tutkia ja vertailla toisiinsa. Millaisia vaikutuksia erilaisilla opetusmetodeilla voisi olla oppilaiden matemaattiseen minäkäsitykseen? Millaisilla muilla keinoilla voitaisiin vahvistaa kaikkien luokan oppilaiden matemaattista minäkäsitystä (palautteenantaminen, yleinen ilmapiiri)? Arviointi- ja palautteenantamisen keinoihin liittyy paljon affektiivisia tekijöitä. Affektiivisten ja konatiivisten tekijöiden sisällyttäminen matemaattisen minäkäsityksen tutkimukseen olisi hedelmällistä juuri arviointia- ja palautteenantamisen keinoja tutkiessa.

Tyttöjen ja poikien erot matematiikan kaikilla osa-alueilla ovat olleet jo pitkään tutkimuksen kohteena. Yhä edelleen asia vaatii lisää tutkimusta ja tilanteen kehittymisen seuraamista. Aihetta tulisi tutkia laajemmassa kontekstissa kuin vain kouluympäristössä, sillä usein tutkimuksissa unohdetaan, että oppilaiden elämään kuuluu paljon muutakin kuin koulu. On myös mielenkiintoista seurata kuinka tyttöjen matemaattinen minäkäsitys kehittyy suhteessa poikiin. Voisiko olla niin, että seuraavissa PISA-tuloksissa tytöt nousevat poikien ohi myös matemaattiselta minäkäsitykseltään?

Mielestäni merkittävin tutkimustulokseni on havainto siitä, että myös tarkkaavaisuus selittää matemaattista minäkäsitystä ja sen muutosta. Tarkkaavaisuuden ja matemaattisen minäkäsityksen suhteen monipuolisempi ja laajempi tarkastelu olisi paikallaan. Erityisen mielenkiintoista olisi tutkia löytyykö muistakin otoksista ns. väliinpuotoajien ryhmää matemaattisen minäkäsityksen suhteen (tutkimuksessani tarkkaavaisuuspulman riskiryhmän oppilaille heikoin minäkäsitys)? Tarkkaavaisuuden pulmat ovat tällä hetkellä yksi yleisemmistä haasteista koulumaailmassa. Uskonkin, että käytännön opetustyötä tekeville olisi suurta hyötyä, jos seuraaviin kysymyksiin saataisiin vastauksia tulevaisuuden tutkimuksissa. Kuinka voitaisiin huomioida lapset, joilla on tarkkaavaisuuden pulmia, parhaiten matematiikan opetuksessa? Kuinka tarkkaavaisuuspulmat voivat vaikuttaa (matemaattisen) minäkäsityksen rakentumiseen?

Sisäisen ja ulkoisen vertailun mallin sekä Big Fish Little Pond -efektin yhdistäminen erityisopetuksen ja matemaattisen minäkäsityksen yhteyden tarkasteluun vaikuttaa hedelmälliseltä ratkaisulta. Erityisopetusta pyritään kehittämään koko ajan entistä inklusiivisempaan suuntaan, mikä edellä mainittujen teorioiden mukaan voi johtaa erityisoppilaiden minäkäsitysten heikkenemiseen ulkoisessa vertailussa käytettävien oppilaiden taitotason noustessa. Toisaalta segregoivat ratkaisut koko koulun tasolla voivat heikentää oppilaiden minäkäsitystä jo pelkästään osoittamalla erityisen tuen tarpeen selkeämmin. Erityisen ja tehostetun tuen oppilaat eivät tule katoamaan, mutta kuinka erilaisilla erityisopetuksen järjestämistavoilla (esim. luokkamuotoinen erityisopetus, laaja-alaisen erityisopettajan tuki, samanaikaisopetus, yhteisopettajuus) voisi vaikuttaa heidän matemaattiseen minäkäsitykseen? Ovatko mahdollisimman inklusiivisesti toteutetut ratkaisut kaikkein tehokkaimmat matemaattisen minäkäsityksen kehittämisen kannalta? Entäpä kuinka matematiikan osaamisen perusteella jaetut tasoryhmät vaikuttaisivat oppilaiden matemaattiseen minäkäsitykseen (Big Fish Little Pond -efektin testaus)?

LÄHTEET

- American Psychiatric Association. 2000. Diagnostic and statistical manual of mental disorders. 4. painos. Text Revision. DSM-IV-TR. Washington DC: American Psychiatric Association.
- Aunio, P., Hannula, M. M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*, 198–221. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K. & Nurmi, J-E. 2004. Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96 (4), 699–713.
- Baroody, A. J. 2004. The developmental bases for early childhood number and operations standards. Teoksessa D. H. Clements & J. Sarama (toim.) *Engaging young children in mathematics*, 173–219. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bear, G. G., Minke, K. M. & Manning, M. A. 2002. Self-concept of students with learning disabilities: A Meta-Analysis. *School Psychology Review*, 31 (3), 405–427.
- Brannon, E. M., Abbott, S. Lutz, D. J. 2004. Number bias for the discrimination of large visual sets in infancy. *Cognition*, 93 (2), B59–B68.
- Butterworth, B. 2005. The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46 (1), 3–18.

- Chen, S., Yeh, Y., Hwang, F. & Lin, S. S. J. 2013. The relationship between academic self-concept and achievement: A multicohort-multioccasion study. *Learning and Individual Differences*, 23 (February 2013), 172–178.
- Coopersmith, S. 1967. *The antecedents of self-esteem*. San Francisco: W. H. Freeman & Co.
- DuPaul, G. J. ym. 2006. Consultation-based academic interventions for children with ADHD: Effects on reading and mathematics achievement. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 34 (5), 635–648.
- DuPaul, G. J. & Weyandt, L. L. 2006. School-based interventions for children and adolescents with attention-deficit/hyperactivity disorder: Enhancing academic and behavioral outcomes. *Education and Treatment of Children*, 29 (2), 341–358.
- DuPaul, G. J. & Stoner, G. 2003. *ADHD in the schools. Assessment and intervention strategies*. New York: The Guilford Press.
- Feigenson, L., Spelke, E., & Carey, S. 2002. Infants' discrimination of number versus continuous extent. *Cognitive Psychology*, 44 (1), 33–66.
- Frazier, T. W., Youngstrom, E. A., Glutting, J. J. & Watkins, M. W. 2007. ADHD and achievement: Meta-analysis of the child, adolescent, and adult literatures and a concomitant study with college students. *Journal of Learning Disabilities*, 40 (1), 49–65.
- Fuchs, L. ym. 2006. The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98, 29–43.
- Gremillion, M. L. & Martel, M. M. 2012. Semantic language as a mechanism explaining the association between ADHD symptoms and reading and mathematics underachievement. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 40 (8), 1339–1349.
- Gresham, F. M., MacMillan, D. L., Bocian, K. M., Ward, S. L. & Forness, S. R. 1998. Comorbidity of hyperactivity-impulsivity-inattention and conduct problems: Risk factors in social, affective, and academic domains. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 26 (5), 393–406.

- Guay, F., Marsh, H. W. & Boivin, M. 2003. Academic self-concept and academic achievement: Developmental perspectives on their causal ordering. *Journal of Educational Psychology*, 95 (1), 124–136.
- Haapasalo, L. 2011. Oppiminen, tieto ja ongelmanratkaisu. Joensuu: Medusa-Software.
- Hannula, M. S., Kupari, P., Pehkonen, L., Räsänen, P. & Soro, R. 2004. Matematiikka ja sukupuoli. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*, 170–197. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Hannula, M. M. & Lehtinen, E. 2005. Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction* 15, 237–256.
- Hannula, M. M. & Lepola, J. 2006. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taittojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M. M. Hannula (toim.) *Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys*. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja A:205, 129–154. Turku: Turun yliopiston kasvatustieteiden laitos.
- Hannula, M. M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. 2005. Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. Teoksessa M. M. Hannula 2005. *Spontaneous focusing on numerosity in the development of early mathematical skills*. *Annales Universitatis Turkuensis B*, 282, IV 1–18. Turku: Turun yliopisto.
- Harter, S. 1999. The construction of the self. A developmental perspective. New York: Guilford Press.
- Harter, S. 2012. Self-perception profile for children: Manual and questionnaires (Grades 3–8) (Revision of the self-perception profile for children, 1985). Denver: University of Denver.
- Heikkilä, T. 2008. Tilatollinen tutkimus. Helsinki: Edita Prima Oy.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. Tutki ja kirjoita. Helsinki: Tammi.

- Hoza, B. ym. 2004. Self-perceptions of competence in children with ADHD and comparison children. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*, 72 (3), 382–391.
- Hoza, B., Pelham, W.E., Dobbs, J., Owens, S. & Pillow, D. 2002. Do boys with attention-deficit/hyperactivity disorder have positive illusory self-concepts? *Journal of Abnormal Child Psychology*, 111 (2), 268–278.
- Hoza, B., Pelham, W. E., Milich, R., Pillow, D. & McBride, K. 1993. The self-perceptions and attributions of attention deficit hyperactivity disorder and nonreferred boys. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 21 (3), 271–286.
- Huhtala, S. & Laine, A. “Matikka ei ole mun juttu” – Matematiikkavaikeuksien syntyminen ja niihin vaikuttaminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*, 320–346. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Ialongo, N. S., Lopez, M., Horn, W. F., Pascoe, J.M. & Greenberg, G. 1994. Effects of psychostimulant medication on self-perceptions of competence, control, and mood in children with attention deficit hyperactivity disorder. *Journal of Clinical Child Psychology*, 23 (2), 161–173.
- ISKE-verkosto 2013. Itä-Suomen kehittämisverkosto (ISKE). Haettu 17.12.2013 osoitteesta <http://www.iske-verkosto.info/component/content/article/17-verkosto/13-ita-suomen-kehittamisverkosto-iske>.
- Kadesjö, B. & Gillberg, C. The comorbidity of ADHD in the general population of Swedish school-age children. *Journal of child psychology psychiatry*, 42 (4), 487–492.
- Kikas, E., Peets, K., Palu, A. & Afanasjev, J. 2009. The role of individual and contextual factors in the development of math skills. *Educational Psychology* 29 (5), 541–560.
- Koechlin, E., Naccache, L., Block, E. & Dehaene, S. 1999. Primed numbers: Exploring the modularity of numerical representations with masked and unmasked semantic priming. *Journal of Experimental Psychology–Human Perception and Performance*, 25 (6), 1882–1905.

- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. 2007. Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97 (3), 220–241.
- Korpinen, E. 1988. Opettajan merkitys oppilaan minäkäsityksen kehitykselle. Teoksessa V. Brunell & J. Välijärvi (toim.) *Yleissivistävä koulutus: Näkymiä ja tulevaisuuden haasteita*. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja B. Teoriaa ja käytäntöä 25, 95–103. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Koskelainen, M. 2008. The strengths and difficulties questionnaire. Among Finnish school-aged children and adolescents. Turun yliopiston julkaisuja. Sarja D, osa 809. Turku: Turun yliopisto.
- Krathwohl, D. R. 2002. A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into Practice*, 41 (4), 212–218.
- Kupari, P. & Törnroos, J. 2004. Matematiikan osaaminen peruskoulun kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*, 138–169. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Kupari, P. ym. 2013. PISA12. Ensituloksia. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2013:20. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos ja Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö.
- Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. 2004. Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93 (2), 99–125.
- Linnanmäki, K. 2004. Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*, 241–254. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Loe, I. M. & Feldman, H. M. 2007. Academic and educational outcomes of children with ADHD. *Ambulatory Pediatrics*, 7 (1S), 82–90.
- Marsh, H. W. 1990a. Self description questionnaire I – Manual. Haettu 24.4.2013 osoitteesta <http://www.self.ox.ac.uk/SDQ1m.htm>.

- Marsh, H.W. 1990b. The structure of academic self-concept: The Marsh/Shavelson model. *Journal of Educational Psychology*, 82 (4), 623–636.
- Marsh, H. W. 1992. Content specificity of relations between academic achievement and academic self-concept. *Journal of Educational Psychology*, 84 (1), 35–42.
- Marsh, H. W. ym. 2012. Factorial, convergent, and discriminant validity of TIMSS math and science motivation measures: A comparison of Arab and Anglo-Saxon countries. *Journal of Educational Psychology*, 105 (1), 108–128.
- Marsh, H. W., Byrne, B. M. & Shavelson, R. J. 1988. A multifaceted academic self-concept: Its hierarchical structure and its relation to academic achievement. *Journal of Educational Psychology*, 80 (3), 366–380.
- Marsh, H. W. & Hau, K-T. 2003. Big-fish-little-pond effect on academic self- concept. A cross-cultural (26-Country) test of the negative effects of academically selective schools. *American Psychologist*, 58 (5), 364–376.
- Marsh, H.W. ym. 2008. The big-fish–little-pond-effect stands up to critical scrutiny: Implications for theory, methodology, and future research. *Educational Psychology Review*, 20 (3), 319-350.
- Marsh, H. W. & Shavelson, R. J. 1985. Self-concept: Its multifaceted hierarchical structure. *Educational Psychologist*, 20 (3), 107–123.
- McConaughy, S. H., Volpe, R. J., Antshel, K. M., Gordon, M. & Eiraldi R. B. 2011. Academic and social impairments of elementary school children with attention deficit hyperactivity disorder. *School Psychology Review*, 40 (2), 200–225.
- Metsämuuronen, J. 2010. Osaamisen ja asenteiden muutos perusopetuksen 3.–5. luokilla. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.) *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2, 93–136. Helsinki: Opetushallitus.
- Michelsson, K., Saresma, U., Valkama, K. & Virtanen, P. 2000. MBD ja ADHD. Jyväskylä: PS-kustannus.

- Mirsky, A. F., Pascualvaca, D. M., Duncan, C. C. & French, L. M. 1999. A model of attention and its relation to ADHD. *Mental Retardation and Developmental Disabilities*, 5 (3), 169–176.
- Mix, K. S., Huttenlocher, J. & Levine, S. C. 2002. Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? *Psychological Bulletin*, 128 (1), 278–294.
- Moilanen, I. 2012. ADHD. Teoksessa V. Dufva ja M. Koivunen (toim.) *ADHD. Diagnostiikka, hoito ja hyvä arki*, 35–43. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Muzzatti, B. & Agnoli, F. 2007. Gender and mathematics: Attitudes and stereotype threat susceptibility in Italian children. *Developmental Psychology*, 43 (3), 747–759.
- Möller, J., Pohlmann, B., Köller, O. & Marsh, H.W. 2009. A meta-analytic path analysis of the internal/external frame of reference model of academic achievement and academic self-concept. *Review of Educational Research*, 79 (3), 1129–1167.
- Möller, J., Retelsdorf, J., Köller, O. & Marsh, H. W. 2011. The reciprocal internal/external frame of reference model: An integration of models of relations between academic achievement and self-concept. *American educational Research Journal*, 48 (6), 1315–1346.
- Nagengast, B. & Marsh, H. W. 2012. Big fish in little ponds aspire more: Mediation and cross-cultural generalizability of school-average ability effects on self-concept and career aspirations in science. *Journal of Educational Psychology*, 104 (4), 1033–1053.
- Niemi, E. K. 2010. Matematiikan oppimistulokset 6.vuosiluokan alussa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.) *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2, 17–70. Helsinki: Opetushallitus.
- Nummenmaa, L. 2009. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. Helsinki: Tammi.
- Nunez, J. C. ym. 2005. Subgroups of attributional profiles in students with learning difficulties and their relation to self-concept and academic goals. *Learning Disabilities Research & Practice*, 20 (2), 86–97.
- Opetushallitus. 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Helsinki: Opetushallitus.

- Owens, J. S. & Hoza, B. 2003. The role of inattention and hyperactivity/impulsivity in the positive illusory bias. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*, 71 (4), 680–691.
- Pajares, F. & Miller, M. D. 1994. Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86 (2), 193–203.
- Parker, P. D., Marsh, H. W., Lüdtke, O. & Trautwein, U. 2013. Differential school contextual effects for math and English: Integrating the big-fish-little-pond effect and the internal/external frame of reference. *Learning and Instruction*, 23 (February 2013), 78–89.
- Piazza, M. ym. 2010. Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116 (1), 33–41.
- Piers, E. V. & Harris, D. B. 1969. Piers-Harris children's self-concept scale. Los Angeles: Western Psychological Services.
- Rooney, K. J. 2011. Attention-deficit/hyperactivity disorder. Teoksessa J. M. Kauffman & D. P. Hallahan (toim.) *Handbook of Special Education*, 198–208. New York: Routledge.
- Rosenberg, M. 1979. *Conceiving the self*. New York: Basic Books.
- Rusanen, E. & Räsänen, P. 2012. Matematiikassa heikosti suoriutuvien lasten laskustrategioiden kehitys. *NMI Bulletin*, 22 (3), 28–41.
- Räsänen, P. & Ahonen, T. 2004. Oppimisvaikeudet matematiikassa – neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*, 274–300. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Räsänen, P. & Ahonen, T. 2005. Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen, T. Ahonen, T. Korhonen, M. Korkman & T. Riitta (toim.) *Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma*, 191–234. Helsinki: WSOY.
- Räsänen, P., Närhi, V. & Aunio, P. 2010. Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6.luokan alussa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.)

- Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008.* Koulutuksen seurantaraportit 2010:2, 165–204. Helsinki: Opetushallitus.
- Seo, K-H & Ginsburg, H. 2004. What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from new research. Teoksessa D.H. Clements, J. Sarama & A.-M. DiBiase (toim.) *Engaging young children in mathematics. Standards for early childhood mathematics education*, 91–104. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Shavelson, R. J. & Bolus, R. 1982. Self-concept: The interplay of theory and methods. *Journal of Educational Psychology*, 74 (1), 3–17.
- Shavelson, R. J., Hubner, J. J. & Stanton, G. C. 1976. Self-concept: Validation of construct interpretations. *Review of Educational Research*, 46 (3), 407–441.
- Siegler, R.S. 2002. Microgenetic studies of self-explanation. Teoksessa N. Granott & J. Parziale (toim.) *Microdevelopment. Transition processes in development and learning*, 31–58. Cambridge: Cambridge University Press.
- Siegler, R. S. 1996. *Emerging minds. The process of change in children's thinking.* Cary, NC: Oxford University Press.
- Simon, T. J., Hespos, S. J., & Rochat, P. 1995. Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive Development*, 10 (2), 253–269.
- Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. 2002. Internal and external frames of reference of academic self-concept. *Educational Psychologist*, 37 (4), 233–244.
- Starkey, P., Spelke, E. S. & Gelman, R. 1990. Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36 (2), 97–127.
- Swanson, E. N., Owens, E. B. & Hinshaw, S. P. 2012. Is the positive illusory bias illusory? Examining discrepant self-perceptions of competence in girls with ADHD. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 40 (6), 987–998.
- Taipale, A. 2009. Matematiikan, lukemisen ja kirjoittamisen vaikeuksien päällekkäistyminen nuoruusiässä. Kasvatustieteellisiä julkaisuja n:o 135. Joensuu: Joensuun yliopisto.

- Terveyden ja hyvinvoinnin laitos. 2012. Psykiatrian luokituskäsikirja: Suomalaisen tautiluokitus ICD-10:n psykiatriaan liittyvät diagnoosit. Helsinki: Terveyden ja hyvinvoinnin laitos.
- Tikkanen, P. 2008. ”Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin”. Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 337. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Treuting, J. J. & Hinshaw, S. P. 2001. Depression and self-esteem in boys with attention-deficit/hyperactivity disorder: Associations with comorbid aggression and explanatory attributional mechanisms. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 29 (1), 23–39.
- Valentine, J. C., DuBois, D. L. & Cooper, H. 2004. The relation between self-beliefs and academic achievement: A meta-analytic review. *Educational Psychologist*, 39 (2), 111–133.
- Vihtalahti, I. 2011. Matemaattinen minäkäsitys. Matemaattista minäkäsitystä selittävät tekijät peruskoulun kuudennen luokan oppilailla. Itä-Suomen yliopisto. Filosofinen tiedekunta. Kasvatustieteiden ja psykologian osasto. Erityispedagogiikan pro gradu - tutkielma.
- Von Aster, M. G. & Shalev, R. S. 2007. Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49 (11), 863–873.
- Väisänen, E. 2011. Matematiikkainterventio osa-aikaisessa erityisopetuksessa. *NMI Bulletin*, 21 (4), 23–41.
- Weiss, M., Murray, C. & Weiss, G. 2002. Adults with attention-deficit/hyperactivity disorder: Current concepts. *Journal of Psychiatric Practice*, 8 (2), 99–111.
- Wynn, K. 1990. Children’s understanding of counting. *Cognition*, 36 (2), 155–193.
- Wynn, K. 1992. Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749–751.
- Wynn, K., Bloom, P. & Chiang, W.-C. 2002. Enumeration of collective entities by 5-month old infants. *Cognition*, 83 (3), B55–B62.

- Zelege, S. 2004. Self-concepts of students with learning disabilities and their normally achieving peers: a review. *European Journal of Special Needs Education*, 19 (2), 145–170.
- Zental, S. S. 1990. Fact-retrieval automatization and math problem solving by learning disabled, attention-disordered, and normal adolescent. *Journal of Educational Psychology*, 82 (4), 856–865.
- Zental, S. S. & Ferkis, M. A. 1993. Mathematical problem solving for youth with ADHD, with and without learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 16 (1), 6–18.
- Zental, S. S., Smith, Y. N., Lee Y. B. & Wieczorek, C. 1994. Mathematical outcomes of attention-deficit hyperactivity disorder. *Journal of Learning Disabilities*, 27 (8), 510–519.